

# MODELO ANALÍTICO PARA FORÇAS DE CORTE EM MICROCANAIS VIA MICROCORTE OBLÍQUO

Francisco Saraiva Dias<sup>1</sup><https://orcid.org/0009-0001-1454-2797>

## RESUMO

O microfresamento é um processo caracterizado por suas dimensões reduzidas e não deve ser abordado como uma simples redução do fresamento convencional, uma vez que o raio da aresta de corte da microfresa chega a ser maior que a espessura mínima de corte para o cavaco ser formado, ocasionando o efeito de escala. O propósito deste trabalho é estudar as forças de corte envolvidas no processo de microfresamento e como estas variam em função dos parâmetros de corte adotados, apresentando uma comparação entre um modelo analítico para forças de corte e experimentos realizados pelos principais autores, citados na elaboração do modelo proposto, buscando o menor erro possível. A formulação de Johnson-Cook foi adotada para encontrar o valor da tensão de cisalhamento e leva em consideração os dados do material da peça, a deformação, a taxa de deformação e a temperatura. Os coeficientes da força de fresamento foram determinados a partir da abordagem fundamental de corte oblíquo, onde são considerados: o raio da aresta de corte, a tensão de cisalhamento, os principais ângulos e o coeficiente de atrito. Com isso, uma formulação geral foi adotada para descrever um modelo analítico de forças de corte para microfresamento. Os resultados foram comprovados através do erro obtido após a comparação gráfica entre o modelo e o experimento.

**Palavras-chave:** Usinagem; microfresamento; modelagem de forças.

## Analytical model for cutting forces in microchannel via oblique microcutting

## ABSTRACT

Micromilling is a process characterized by its reduced dimensions and should not be approached as a simple reduction of conventional milling, since the radius of the cutting edge of the micromill is greater than the minimum cutting thickness for the chip to be formed, causing the scale effect. The purpose of this work is to study the cutting forces involved in the micromilling process and how they vary depending on the cutting parameters adopted, presenting a comparison between an analytical model for cutting forces and experiments carried out by the main authors, cited in the elaboration of the model proposed, searching the smallest possible error. The Johnson-Cook formulation was adopted to find the shear stress value and accounts for the part material data, strain, strain rate, and temperature. The milling force coefficients were determined from the fundamental approach of oblique cutting and considers: the radius of the cutting edge, the shear stress, the main angles and the coefficient of friction. With this, a general formulation was adopted to describe the model of cutting forces for micromilling.

**Keywords:** Machining; micromilling; force modeling.

Submetido em: 17/10/2023 – Aprovado em: 24/11/2023 – Publicado em: 27/11/2023

<sup>1</sup> Mestre em Engenharia Mecânica na Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ); endereço eletrônico: franciscodias@id.uff.br.



## 1 INTRODUÇÃO

Hoje em dia, a qualidade dos produtos é uma das prioridades nos processos de fabricação mecânica. Com isto, para projetar estes produtos e as máquinas-ferramenta que irão usiná-los, é interessante conhecer a magnitude das forças de corte que ocorrem na usinagem (ROSSI, 2008; GOMES *et al.*, 2021).

É essencial conhecer também as relações existentes entre estas forças de corte e os parâmetros de corte, tais como profundidade de corte e avanço, velocidade de corte, para que estes possam ser escolhidos da maneira mais eficiente possível para cada tipo de procedimento (ROSSI, 2008; GOMES *et al.*, 2021).

A força de corte é um dos parâmetros mais analisados na otimização em usinagem. O conhecimento destas forças é de fundamental importância na previsão do comportamento da ferramenta e do cavaco, da potência requerida para a usinagem e do desgaste da ferramenta, para evitar a quebra da ferramenta de corte. Os modelos que descrevem as forças de corte no microfresamento são diferentes dos modelos gerados no fresamento convencional (ARAUJO, 2004; KLINE, DEVOR e LINDBERG, 1982).

O aumento da necessidade de peças cada vez menores conduziu a um maior interesse no estudo da microfabricação mecânica. Nesse sentido, o desenvolvimento da microfabricação buscou um aprimoramento na tecnologia de corte. O mercado, por sua vez, tem a necessidade de inserir dimensões reduzidas, maior qualidade superficial, precisão e redução de peso nas peças, à medida que tenta minimizar os custos de produção (DORNFELD, MIN e TAKEUCHI, 2006; GOMES *et al.*, 2021; MUHAMMAD *et al.*, 2021).

Nota-se que diversos componentes manufaturados precisam ser miniaturizados, com o objetivo de se tornarem mais compactos e portáteis. Como exemplo, há componentes que apenas se tornam operacionais em dimensões reduzidas, como sensores de microfluídica, componentes biomédicos, microturbinas, micromotores, microtrocadores de calor e microferramentas utilizadas em cirurgias (ALTING *et al.*, 2003; GOMES *et al.*, 2021; CAMPOS *et al.*, 2020; MUHAMMAD *et al.*, 2021).

Os microcomponentes são utilizados em diferentes áreas, tais como: aeroespacial, aeronáutica, automobilística, médica, odontológica, entre outras (MOREIRA, 2012; DAVIM, 2008; GOMES *et al.*, 2021; CAMPOS *et al.*, 2020; MUHAMMAD *et al.*, 2021).

Algumas técnicas que possibilitam a elevada produção de microcomponentes, baseadas em procedimentos de replicação como a microinjeção de moldes, requerem a produção de moldes e matrizes que mantenham sua forma e os aspectos das superfícies funcionais, sem desgastar exageradamente, mesmo após uma grande quantidade de ciclos de produção. A utilização destas técnicas está atrelada às novas tecnologias, capazes de produzir esses moldes, sendo o microfresamento o processo que possui grande versatilidade em relação às formas e geometrias que podem ser geradas (BISSACO, HANSEN e DE CHIFFRE, 2005).

No que se refere à microusinagem, as operações convencionais são: microtorneamento, microfresamento, microfuração e microrretificação. Dentre os processos mencionados, o microfresamento apresenta maior flexibilidade e versatilidade, pois possibilita a fabricação de diversas geometrias e microestruturas de alta complexidade (CHENG e HUO, 2013).

Por ser um assunto recente, com cerca de 28 anos, a quantidade de estudos realizados em microusinagem tem crescido a cada ano. Mesmo com uma quantidade crescente de artigos sendo publicados, o Brasil possui um pequeno número de artigos relevantes em microfresamento, sendo uma quantidade muito inferior quando comparada a de outros países, necessitando de mais estudos para inserir essa tecnologia na indústria com valores competitivos (CAMPOS, 2014).

No microfresamento ocorre uma menor taxa de remoção de material quando comparada ao fresamento convencional e, em geral, a espessura do cavaco indeformado possui a mesma ordem de grandeza do raio da aresta de corte, ocasionando divergências nas descrições dos modelos de corte nas escalas macro e micro (ARAMCHAROEM e MATIVENGA, 2009).

O fresamento, que faz parte da macrousinagem, é um dos processos de usinagem que possui a maior diversidade de ferramentas adotadas, quando comparado a qualquer outro processo de usinagem. Os principais benefícios são as elevadas taxas de remoção de material, a capacidade de gerar superfícies com alta qualidade e a diversidade de ferramentas disponíveis (DROZDA e WICK, 1983; ARMAREGO e DESHPANDE, 1991; YANG e CHOI, 1998).

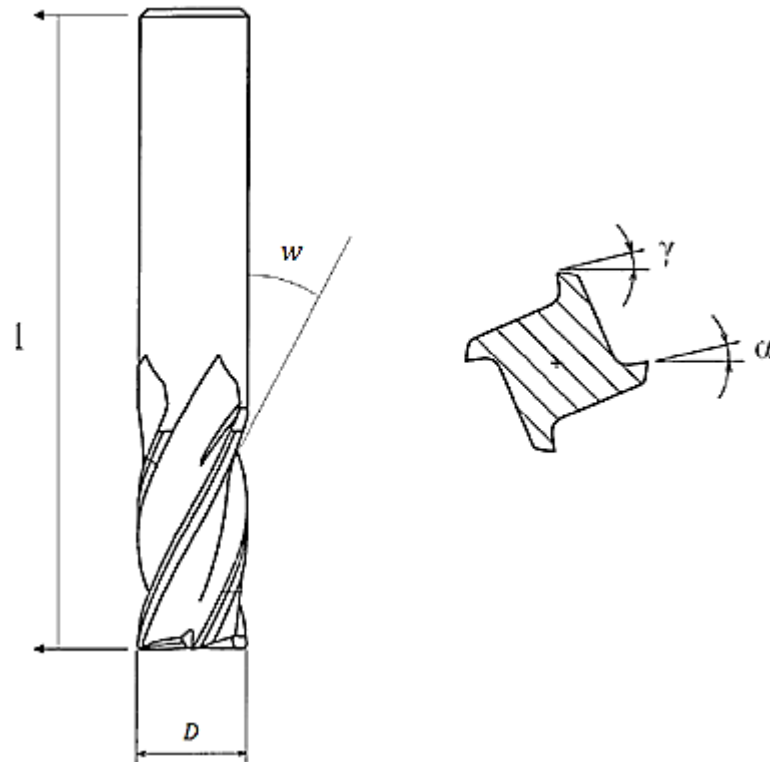
### *1.1 Objetivo do artigo*

O objetivo do artigo é apresentar um modelo analítico para forças de corte no microfresamento e comparar os valores das forças de corte obtidas no modelo com os valores das forças de corte dos experimentos provenientes dos artigos selecionados, buscando o menor erro possível.

O modelo não considera fatores dinâmicos do processo, bem como a deflexão e o desalinhamento da ferramenta. Considera-se o material como sendo homogêneo, não levando em consideração o tamanho dos grãos.

## 2 GEOMETRIA DA FRESA DE TOPO E DADOS DE USINAGEM

Figura 1. Fresa de topo



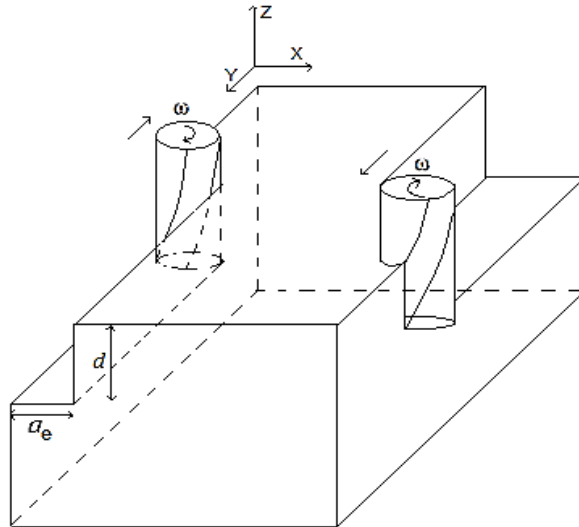
Fonte: Campos (2014).

Para realizar um estudo mais aprofundado do processo de usinagem, é de fundamental importância analisar a geometria da fresa. A Figura 1 ilustra uma fresa de topo e  $\alpha$  representa o ângulo de saída da ferramenta,  $\gamma$  o ângulo de folga,  $l$  o tamanho da fresa,  $D$  o diâmetro e  $w$  o ângulo de hélice da aresta cortante.

A Figura 2 ilustra um processo de fresamento de topo, com duas fresas usinando um material, adotando mesma direção de avanço e sentidos diferentes.

É desejável a escolha adequada dos dados no fresamento de topo, visando à qualidade do processo. Os valores obtidos para essas informações encontram-se associados aos materiais da peça e da fresa (CAMPOS, 2014). Com isso, torna-se necessário trabalhar com dados de usinagem otimizados, onde  $d$  representa a profundidade de corte,  $a_e$  a penetração de trabalho,  $f_t$  o avanço por dente e  $n$  a rotação da fresa.

Figura 2. Geometria do processo de fresamento de topo



Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Com os valores de  $f_t$  e  $n$ , encontram-se a velocidade de corte  $V_C$  e a velocidade de avanço  $V_f$  pelas expressões a seguir:

$$V_C = \frac{\pi n D}{1000} [m / min] \quad (1)$$

$$V_f = f_t z n [mm / min] \quad (2)$$

Na expressão (1),  $D$  representa o diâmetro da fresa em milímetros,  $n$  representa a rotação da ferramenta em rpm e na Equação (2)  $z$  representa o número de dentes da fresa.

### 2.1 Modelo de força de corte para fresamento de topo

Diversos modelos foram elaborados para analisar a força de corte no fresamento, grande parte dos modelos divide a aresta de corte em componentes infinitesimais e efetuam o somatório dos componentes de força em cada trecho, com a finalidade de obter a força total. A expressão a seguir é a abordagem fundamental para a força de corte, adotando o modelo infinitesimal (CAMPOS, 2014).

$$\overrightarrow{dF} = \vec{K} t db \quad (3)$$

Com  $\overrightarrow{dF}$  representando a componente da força em um elemento da aresta de corte,  $\vec{K}$  é a pressão específica da remoção de material,  $t$  é a espessura do cavaco indeformado e  $db$  é um componente da aresta de corte. Analisando a Equação (3), pode se observar que a previsão das forças de corte está relacionada a  $\vec{K}$ .

Armarego e Deshpande (1991) propuseram que a força de corte pode ser separada em força de corte e de contato, Equação (4), referente ao contato da aresta de corte com a peça em que se está realizando o fresamento.

$$dF = dF_{corte} + dF_{aresta} \quad (4)$$

Ehman *et al.* (1997) classificaram as abordagens para determinação de  $\vec{K}$  e das forças de corte em 3 tipos, que se encontram descritos a seguir:

- Abordagem analítica – Adotam o menor número possível de dados experimentais, visando encontrar relações matemáticas com as incógnitas conhecidas. Nesta abordagem, estão inclusas as teorias de corte ortogonal e oblíquo e suas variações. Esta é a abordagem adotada neste trabalho.
- Abordagem mecanística – Utilizam formulações com incógnitas obtidas por experimentos em situações limites, na intenção de encontrar o valor de  $\vec{K}$ , criando condições para a determinação do valor de  $\vec{K}$  em outras circunstâncias.
- Abordagem semiempírica – Os valores da pressão específica são encontrados por informações experimentais.

No fresamento de topo, geralmente são utilizados 2 referenciais diferentes: o da fresa e o da peça. O sistema cartesiano da peça costuma ser denominado de *XYZ*, com forças de corte  $F_x, F_y$  e  $F_z$ . O sistema da fresa costuma ser denominado de *rta*, com forças de corte radial  $F_r$ , tangencial  $F_t$  e axial  $F_a$ .

Usualmente, as abordagens de corte são feitas no sistema cartesiano da fresa, sendo relevante fazer uma alteração para o sistema da peça, pois as forças dos resultados experimentais encontram-se no referencial da peça. Esta alteração é dada pela Equação (5), considerando  $\theta$  como sendo o ângulo de rotação da ponta da fresa.

$$\begin{bmatrix} dF_x \\ dF_y \\ dF_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dF_t \\ dF_r \\ dF_a \end{bmatrix} \quad (5)$$

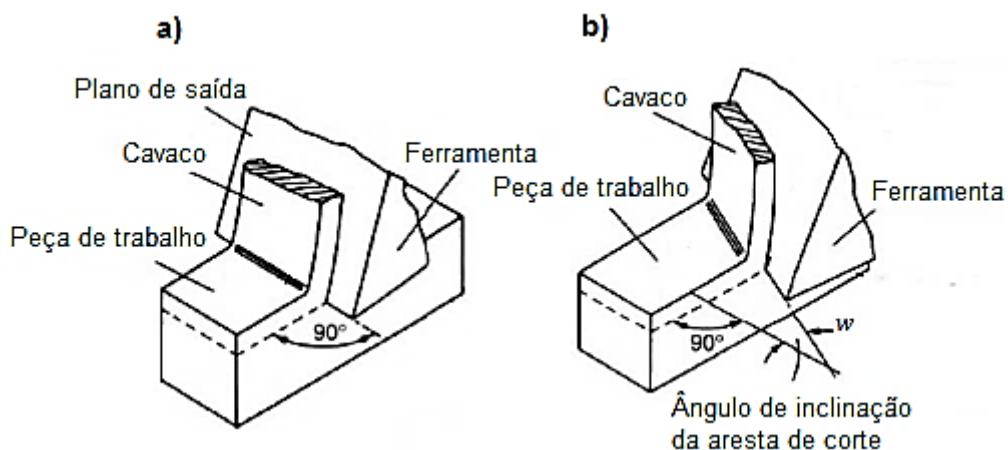
## 2.2 Modelos analíticos

Os modelos analíticos calculam a força de corte adotando parâmetros do material, do comportamento mecânico dos elementos utilizados e as situações de corte que ocorrem,

independente de dados experimentais. Sendo que ainda não existem modelos com resultados satisfatórios e com independência de dados experimentais (ARAÚJO, 2004; MOUGO, 2016).

Os modelos que mais chegam próximo desta finalidade são os modelos de corte ortogonal e oblíquo. Nos modelos analíticos ocorre uma menor dependência de dados experimentais e a diferença básica entre o corte oblíquo e o ortogonal é que neste a aresta de corte é perpendicular à direção de avanço, aproximando a ocorrência do corte para um mesmo plano, sendo representado pela Figura 3a que ilustra uma ferramenta usinando uma peça.

Figura 3. Geometria do corte: a) ortogonal e b) oblíquo



Fonte: Mougo (2016).

Para o corte oblíquo, a aresta de corte não é perpendicular à direção da velocidade de avanço ( $w \neq 0$ ), ocasionando um corte tridimensional, ilustrado na Figura 3b (MOUGO, 2016).

### 3 MODELO DE FORÇA DE CORTE PARA MICROFRESAMENTO

Os modelos de força de corte para fresamento de topo na escala micro, foram criados preliminarmente a partir dos padrões adotados para o fresamento na escala macro.

Foram realizadas algumas modificações com relação ao fresamento, devido à ocorrência de fenômenos exclusivos do microfresamento ou fatores que frequentemente são descartados e possuem extrema importância no microfresamento, sendo inseridos na previsão de forças.

#### 3.1 Modelo analítico para forças no microfresamento

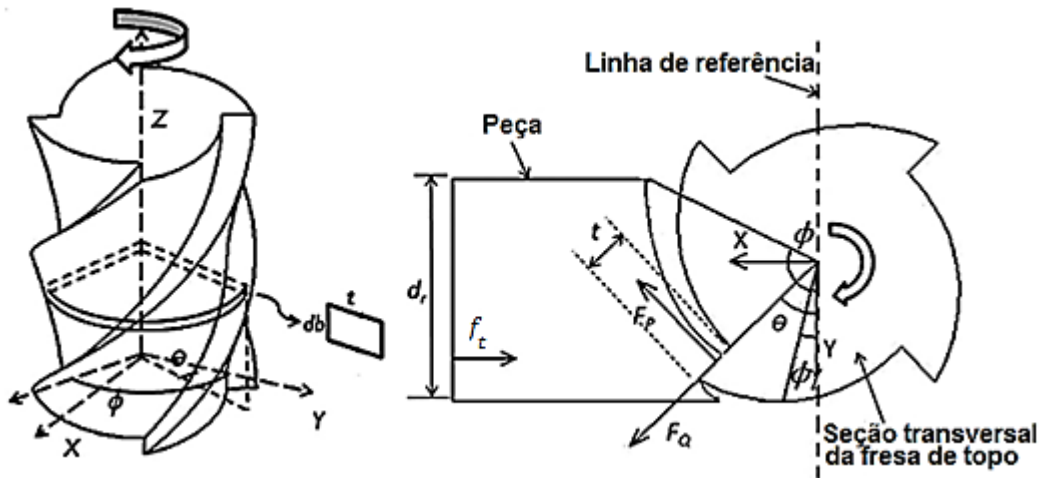
Neste trabalho, foi adotada uma modelagem analítica para forças no microfresamento de topo, levando em consideração as propriedades do material e o raio da aresta de corte, baseado na proposta de Rao e Shunmugam (2012), com adaptações.

A Figura 4 ilustra um processo de microfresamento, sendo representado por uma fresa de topo e uma peça, onde  $db$  representa um elemento infinitesimal da aresta de corte.

O sistema de coordenadas de uma microfresa é mostrado na Figura 4, a origem encontra-se no centro na parte inferior da microfresa, o eixo  $X$  é na direção do avanço, o eixo  $Y$  é perpendicular ao  $X$  e ao avanço e o eixo  $Z$  está situado ao longo do eixo da ferramenta.

Na obtenção da força de corte, a aresta helicoidal é dividida em segmentos infinitesimais oblíquos ao longo do eixo  $Z$ .

Figura 4. Processo de microfresamento



Fonte: Rao e Shunmugam (2012).

As forças de corte que atuam no elemento infinitesimal  $db$  da aresta de corte e na posição angular  $\theta$  podem ser descritas como componente de força tangencial  $dF_P$ , componente de força radial  $dF_Q$  e componente de força axial  $dF_R$ , dadas pelas Equações (6), (7) e (8), a seguir:

$$dF_P(\theta) = [K_P t(\theta) + K_{Pe}] db \quad (6)$$

$$dF_Q(\theta) = [K_Q t(\theta) + K_{Qe}] db \quad (7)$$

$$dF_R(\theta) = [K_R t(\theta) + K_{Re}] db \quad (8)$$

onde  $K_P$ ,  $K_Q$  e  $K_R$  são os coeficientes relativos à força de cisalhamento nas direções tangencial, radial e axial. Os coeficientes  $K_{Pe}$ ,  $K_{Qe}$  e  $K_{Re}$  são referentes à força de contato nas direções tangencial, radial e axial,  $t(\theta)$  representa a espessura instantânea do cavaco na posição angular  $\theta$ .

Com:

$$db = \frac{R d\theta}{\operatorname{tg} w} \quad (9)$$



onde  $R$  é o raio da ferramenta e  $w$  o ângulo de hélice da ferramenta.

Para a espessura do cavaco, foi adotada a Equação (10), adaptada para o presente modelo, expressa por:

$$t = \frac{360 f_t D}{180 \pi D} \text{sen}\left(\frac{\pi}{2}\right) \quad (10)$$

As componentes das forças elementares das Equações (6), (7) e (8) foram transformadas no sistema de coordenadas cartesianas globais, pela Equação (11).

$$\begin{bmatrix} dF_X(\theta) \\ dF_Y(\theta) \\ dF_Z(\theta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \text{sen} \theta & 0 \\ -\text{sen} \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dF_P(\theta) \\ dF_Q(\theta) \\ dF_R(\theta) \end{bmatrix} \quad (11)$$

Realizando o somatório dos elementos infinitesimais (integração) ao longo das arestas de corte, as expressões das forças de corte nos eixos  $X$  e  $Y$  resultam em:

$$\begin{aligned} F_X(\theta) = \frac{R}{tg w} & \left( K_P f_t \left[ \frac{\text{sen}\theta_e^2}{2} - \frac{\text{sen}\theta_s^2}{2} \right] + K_{Pe} [\text{sen}\theta_e - \text{sen}\theta_s] \right. \\ & + K_Q f_t \left[ \left( \frac{\theta_e}{2} - \frac{\text{sen}(2\theta_e)}{4} \right) - \left( \frac{\theta_s}{2} - \frac{\text{sen}(2\theta_s)}{4} \right) \right] \\ & \left. - K_{Qe} [\cos\theta_e - \cos\theta_s] \right) \quad (12) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_Y(\theta) = \frac{R}{tg w} & \left( -K_P f_t \left[ \left( \frac{\theta_e}{2} - \frac{\text{sen}(2\theta_e)}{4} \right) - \left( \frac{\theta_s}{2} - \frac{\text{sen}(2\theta_s)}{4} \right) \right] \right. \\ & + K_{Pe} [\cos\theta_e - \cos\theta_s] + K_Q f_t \left[ \frac{\text{sen}\theta_e^2}{2} - \frac{\text{sen}\theta_s^2}{2} \right] \\ & \left. + K_{Qe} [\text{sen}\theta_e - \text{sen}\theta_s] \right) \quad (13) \end{aligned}$$

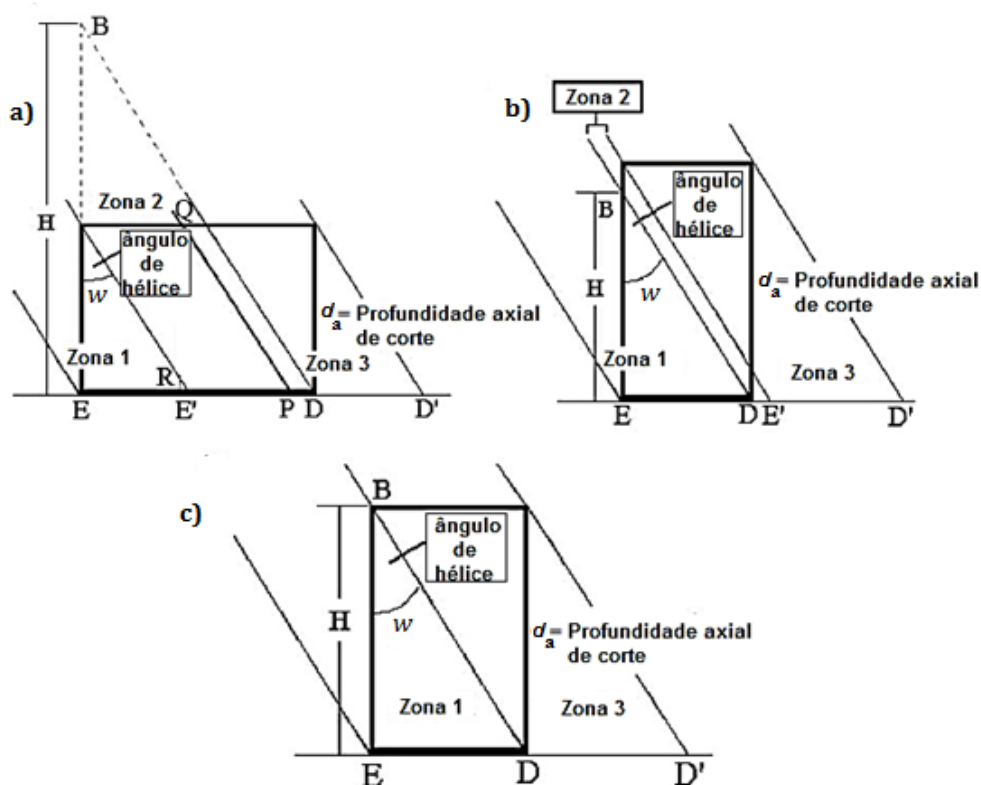
Com  $\theta_s$  e  $\theta_e$  representando o ângulo inicial e final, respectivamente, após resolver as integrais.

Uma fresa de topo, realizando uma operação de fresamento com profundidade de corte axial  $d_a$ , possui ângulo de engate máximo  $\delta$  representado por:

$$\delta = \frac{d_a tg(w)}{R} \quad (14)$$

A Figura 5 representa os tipos de áreas de cavaco geradas no processo de microfresamento. De acordo com Zaman *et al.* (2006), existem 3 tipos de áreas para o cavaco e ocorrem dependendo da relação entre  $H$  e  $d_a$ . A Figura 5a, ilustra o tipo 1, onde  $H > d_a$ , a Figura 5b ilustra o tipo 2, onde  $H < d_a$  e a Figura 5c ilustra o tipo 3, onde  $H = d_a$ .

Figura 5. Tipos de áreas de cavaco



Fonte: Zaman *et al.* (2006).

De acordo com Srinivasa e Shunmugam (2013), são notadas a ocorrência de zonas em cada uma das áreas do cavaco indeformado, denominadas de zona de entrada, zona intermediária e zona de saída, que ocorrem no fresamento de microcanais, os limites de integração do tipo 1 encontram-se no Quadro 1.

Quadro 1 - Ângulo inicial e final de integração

| Zona          | Ângulo de rotação ( $\theta$ ) | Ângulo do limite de integração |          |
|---------------|--------------------------------|--------------------------------|----------|
|               |                                | Entrada                        | Saída    |
| Entrada       | $\psi_1 < \theta < \psi_2$     | 0                              | $\theta$ |
| Intermediária | $\psi_2 < \theta < \psi_3$     | $\theta - \delta$              | $\theta$ |
| Saída         | $\psi_3 < \theta < \psi_4$     | $\theta - \delta$              | $\psi_3$ |

Fonte: Zhou *et al.* (2015).

De acordo com Zaman *et al.* (2006), existem variações nos intervalos dos ângulos de rotação de cada uma das zonas, a depender do tipo mostrado na Figura 5. A formulação para o cálculo de  $H$  encontra-se descrita no artigo citado.

Para o tipo 1 ( $H > d_a$ ), temos:

$$\begin{aligned}\psi_1 &= 0; \\ \psi_2 &= \delta; \\ \psi_3 &= \frac{Htg(w)}{R}; \\ \psi_4 &= \frac{Htg(w)}{R} + \delta.\end{aligned}\tag{15}$$

Para o tipo 2 ( $H < d_a$ ), temos:

$$\begin{aligned}\psi_1 &= 0; \\ \psi_2 &= \frac{Htg(w)}{R}; \\ \psi_3 &= \delta; \\ \psi_4 &= \frac{Htg(w)}{R} + \delta.\end{aligned}\tag{16}$$

Para o tipo 3 ( $H = d_a$ ), temos:

$$\begin{aligned}\psi_1 &= 0; \\ \psi_2 &= \frac{Htg(w)}{R}; \\ \psi_3 &= \frac{Htg(w)}{R}; \\ \psi_4 &= \frac{d_atg(w)}{R}.\end{aligned}\tag{17}$$

### 3.1.1 Força de Cisalhamento com Raio da Aresta de Corte e Coeficiente de Atrito

Rao e Shunmugam (2012) basearam-se no modelo clássico de corte oblíquo de Armarego (1969), onde os coeficientes da força de cisalhamento  $K_P$ ,  $K_Q$  e  $K_R$  possuem as seguintes formulações:

$$K_P = \frac{\tau}{\text{sen}\phi_n} \frac{\cos(\beta_n - \alpha_n) + \tan(i) \tan(\eta_c) \text{sen}(\beta_n)}{\sqrt{\cos^2(-\phi_n + \beta_n + \alpha_n) + \tan^2(\eta_c) \text{sen}^2(\beta_n)}} \quad (18)$$

$$K_Q = \frac{\tau}{\text{sen}(\phi_n) \cos(i)} \frac{\text{sen}(\beta_n - \alpha_n)}{\sqrt{\cos^2(-\phi_n + \beta_n + \alpha_n) + \tan^2(\eta_c) \text{sen}^2(\beta_n)}} \quad (19)$$

$$K_R = \frac{\tau}{\text{sen}\phi_n} \frac{\cos(\beta_n - \alpha_n) \tan(i) - \tan(\eta_c) \text{sen}(\beta_n)}{\sqrt{\cos^2(-\phi_n + \beta_n + \alpha_n) + \tan^2(\eta_c) \text{sen}^2(\beta_n)}} \quad (20)$$

Com  $\tau$  representando a tensão de cisalhamento,  $\eta_c$  é o ângulo de velocidade do cavaco,  $i$  é o ângulo de inclinação,  $\alpha_n$  é o ângulo normal de saída,  $\beta_n$  é o ângulo normal de atrito e  $\phi_n$  é o ângulo normal de cisalhamento. O ângulo de inclinação é equivalente ao ângulo da hélice  $w$  e adotando a regra de Stabler,  $\eta_c$  é equivalente a  $i$ . Os ângulos  $\alpha_n$ ,  $\beta_n$  e  $\phi_n$  são obtidos pela abordagem de corte ortogonal.

O ângulo de cisalhamento  $\phi_n$  foi adotado como:

$$\phi_n = \frac{C - \beta_n + \alpha_n}{2} \quad (21)$$

Para a condição de espessura limite de cavaco, tem-se:

$$t_{lim} = r_e (1 + \text{sen}\alpha_n)$$

$$\alpha_t = \text{sen}^{-1} \left( \frac{t - r_e}{r_e} \right) \text{ para } t < t_{lim} \quad (22)$$

$$\alpha_t = \alpha_n \text{ para } t \geq t_{lim}$$

### 3.1.2 Força de Contato no Flanco da Ferramenta

Os coeficientes da força de contato, referente à parte do material que passa pela parte inferior da ferramenta, causando atrito, são separados em componente tangencial, radial e axial, suas respectivas formulações são:

$$K_{Pe} = \tau r_e \left( \frac{2\theta_0}{\cos\theta_0} + \pi \text{sen}\theta_0 \tan\theta_0 \right) \quad (23)$$

$$K_{Qe} = \tau r_e (2\sqrt{3} \text{sen} \theta_0) \quad (24)$$

$$K_{Re} = K_{Pe} \text{sen}(w) \quad (25)$$

### 3.1.3 Estimativa da Tensão de Cisalhamento

O modelo constitutivo de Johnson-Cook, proposto por Johnson e Cook (1983) e abordado por Rao e Shunmugam (2012), foi utilizado para estimar a tensão de escoamento  $\sigma_{JC}$ , que leva em consideração a dependência da tensão na taxa de deformação e temperatura e é dado pela seguinte expressão:

$$\sigma_{JC} = \left\{ [A + B(\varepsilon)^n] \left[ 1 + C \ln \left( \frac{\dot{\varepsilon}}{\varepsilon} \right) \right] \right\} \left[ 1 - \left( \frac{T - T_0}{T_{fusão} - T_0} \right)^m \right] \quad (26)$$

onde  $\varepsilon$  é a deformação,  $\dot{\varepsilon}$  é a taxa de deformação,  $T$  é a temperatura,  $T_0$  é a temperatura ambiente,  $T_{fusão}$  é a temperatura de fusão do material e  $A, B, C, n, m$  são constantes do material.

A deformação  $\varepsilon$  e a taxa de deformação  $\dot{\varepsilon}$  são dadas por:

$$\varepsilon = \frac{\cos \alpha_n}{\sqrt{3} \text{sen} \phi_n \cos (\phi_n - \alpha_n)} \quad (27)$$

$$\dot{\varepsilon} = \frac{2V \cos \alpha_n}{\sqrt{3} h \cos (\phi_n - \alpha_n)} \quad (28)$$

onde  $h$  é a espessura da zona primária de cisalhamento, sendo aproximada por  $0,5t$ .

Com a tensão de escoamento de Johnson-Cook  $\sigma_{JC}$ , é possível encontrar a tensão de cisalhamento  $\tau$ , dada por:

$$\tau = \frac{\sigma_{JC}}{3} \sqrt{1 + \frac{18b_g a^2 G^2 \eta}{\sigma_{JC}^2}} \quad (29)$$

onde  $b_g$  representa a magnitude do vetor Burger,  $a$  é a constante empírica e  $G$  o módulo de cisalhamento.

A tensão de cisalhamento  $\tau$  é utilizada na determinação dos coeficientes da força de corte, adotados na formulação do modelo de forças de corte.

O gradiente de deformação  $\eta$ , empregado na Equação (30) é dado por:

$$\eta = \frac{2 \cos \alpha_n}{\sqrt{3} h \text{sen} \phi_n \cos (\phi_n - \alpha_n)} \quad (30)$$

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Este capítulo é dedicado à validação do modelo proposto. Neste capítulo, também são realizadas comparações entre as forças de corte experimentais e do modelo analítico proposto, adotando dados de artigos que usinaram peças de mesmo material.

### 4.1 Simulação das Forças de Corte

Para o cálculo do erro relativo médio  $e_{RM}$ , Equação (33), inicialmente foi calculado o erro absoluto médio  $e_A$  pela Equação (31), que posteriormente foi dividida por  $\Delta F$  que representa a diferença entre a força máxima obtida no modelo proposto ( $F_{max}$ ) e a força mínima do modelo ( $F_{min}$ ), na Equação (32).

$$e_A = \frac{\sum_i^N |M_i - E_i|}{N} \quad (31)$$

$$\Delta F = F_{max} - F_{min} \quad (32)$$

$$e_{RM} = \frac{e_{AM}}{\Delta F} \quad (33)$$

onde  $M_i$  representa cada um dos valores obtidos na simulação da força no Matlab e  $E_i$  representa cada um dos valores obtidos experimentalmente para a força, para os mesmos valores do ângulo de rotação da ponta da ferramenta e  $N$  é a quantidade de pontos analisados no gráfico.

#### 4.1.1. Comparação com Dados Experimentais do Artigo do Rao e Shunmugam (2012) e Srinivasa e Shunmugam (2013)

Rao e Shunmugam (2012) utilizaram experimentos com cortes micro-ortogonais, o material adotado foi uma chapa de aço doce com 40 mm de comprimento, 30 mm de largura e 5 mm de espessura e a ferramenta foi fabricada de aço rápido. Os autores Srinivasa e Shunmugam (2013) realizaram experimentos com microcanaís, em uma peça de aço doce, utilizando uma ferramenta fabricada de metal duro. O Quadro 2 e o Quadro 3 contemplam as informações utilizadas em cada um dos artigos mencionados, para a obtenção da tensão de cisalhamento através da modelagem de Johnson-Cook.

**Quadro 2** - Dados adotados por Rao e Shunmugam (2012)

| Incógnitas  | Valores | Nomenclatura         |
|-------------|---------|----------------------|
| $T_{fusão}$ | 1490 °C | Temperatura de fusão |
| $T_0$       | 25 °C   | Temperatura ambiente |

|       |           |   |
|-------|-----------|---|
| $G$   | 77,2 GPa  | Módulo de cisalhamento                  |
| $b_g$ | 0,304 nm  | Magnitude do vetor Burgers              |
| $A$   | 217 Mpa   | Coefficiente de resistência do material |
| $B$   | 233,7 Mpa | Coefficiente de encruamento             |
| $C$   | 0,0756    | Coefficiente da taxa de deformação      |
| $n$   | 0,643     | Parâmetro de Johnson-Cook               |
| $m$   | 1         | Parâmetro de Johnson-Cook               |

Fonte: Rao e Shunmugam (2012).

**Quadro 3** - Dados adotados por Srinivasa e Shunmugam (2013)

| Incógnitas  | Valores  | Nomenclatura                            |
|-------------|----------|---|
| $T_{fusão}$ | 1490 °C  | Temperatura de fusão                    |
| $T_0$       | 25 °C    | Temperatura ambiente                    |
| $G$         | 77,2 GPa | Módulo de cisalhamento                  |
| $b_g$       | 0,304 nm | Magnitude do vetor Burgers              |
| $A$         | 217 Mpa  | Coefficiente de resistência do material |
| $B$         | 234 Mpa  | Coefficiente de encruamento             |
| $C$         | 0,076    | Coefficiente da taxa de deformação      |
| $n$         | 0,643    | Parâmetro de Johnson-Cook               |
| $m$         | 1        | Parâmetro de Johnson-Cook               |

Fonte: Srinivasa e Shunmugam (2013).

A profundidade de corte axial  $d_a$  da operação foi de 0,0002 m para os experimentos dos dois artigos analisados e as informações referentes à ferramenta adotada em cada uma das pesquisas citadas encontram-se no Quadro 4.

**Quadro 4** - Dados da ferramenta adotada por Rao e Shunmugam (2012) e Srinivasa e Shunmugam (2013)

| Incógnitas | Valores    | Nomenclatura                          |
|------------|------------|---------------------------------------|
| $w$        | 30°        | Ângulo de hélice                      |
| $R$        | 0,00025 m  | Raio da ferramenta                    |
| $z$        | 2          | Quantidade de dentes                  |
| $r_e$      | 0,000002 m | Raio da aresta de corte da ferramenta |

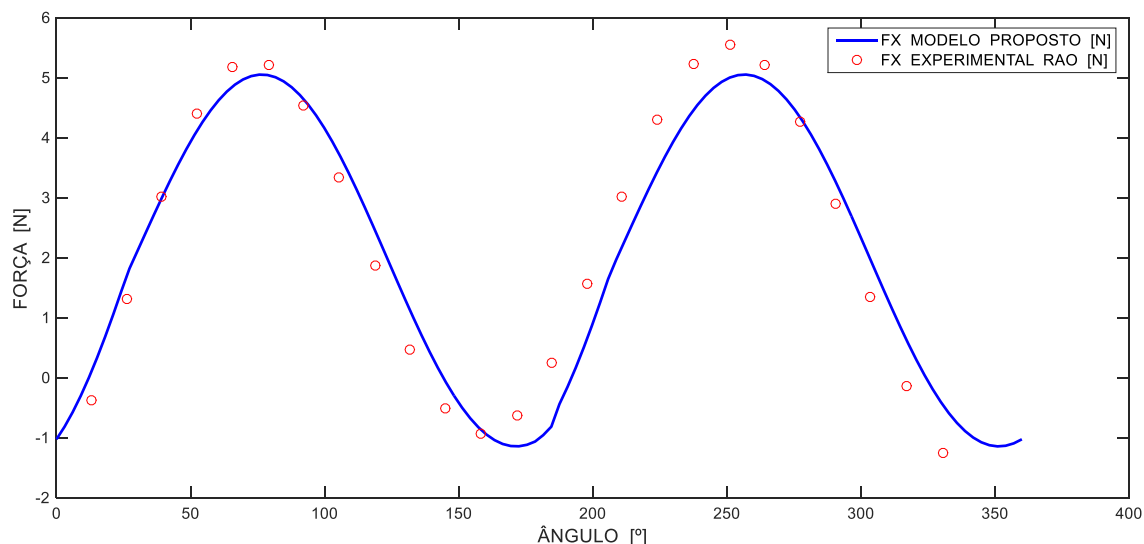
Fonte: Rao e Shunmugam (2012); Srinivasa e Shunmugam (2013).

#### 4.1.1.1. Comparações para a Força na Direção de Avanço ( $F_x$ )

As curvas das forças simuladas e experimentais foram traçadas e comparadas, os valores das forças de corte foram comparados para os mesmos ângulos de rotação da ferramenta, servindo de base para o cálculo do erro.

No Gráfico 1 ilustra-se a comparação para a força  $F_x$  do modelo e do experimento realizado por Rao e Shunmugam (2012) para uma única rotação da ferramenta e no Gráfico 2 ocorre a mesma comparação para os autores Srinivasa e Shunmugam (2013).

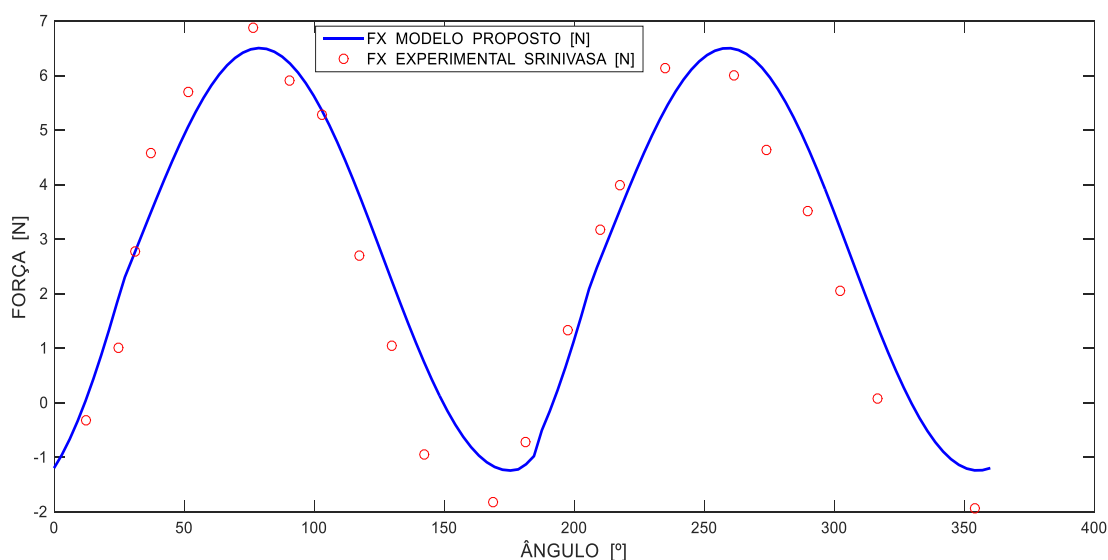
**Gráfico 1 1-** Comparação entre forças simuladas e experimentais, na direção de avanço da ferramenta



Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Realizando uma análise dos dados gerados pelo Gráfico 1, mencionados na Tabela A.1, do Anexo A, obtém-se  $F_{max} = 5,0454 \text{ N}$ ,  $F_{min} = -1,368 \text{ N}$ ,  $e_A = 0,483 \text{ N}$  e  $\Delta F = 6,414 \text{ N}$ , implicando em  $e_{RM} = 7,525 \%$ .

**Gráfico 2** - Comparação entre forças simuladas e experimentais, na direção de avanço da ferramenta



Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

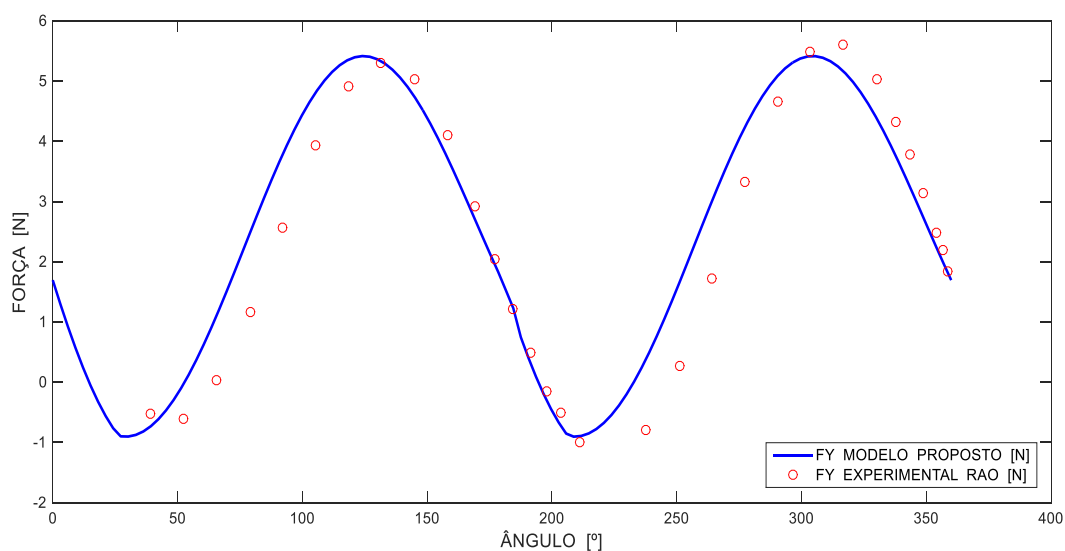


Para a análise dos dados obtidos pelo Gráfico 2, encontrados na Tabela A.2, do Anexo A, obtém-se  $F_{max} = 6,535$  N,  $F_{min} = -1,269$  N,  $e_A = 0,710$  N e  $\Delta F = 7,803$  N, implicando em  $e_{RM} = 9,107$  %.

#### 4.1.1.2. Comparações para a Força Perpendicular à Direção de Avanço ( $F_Y$ )

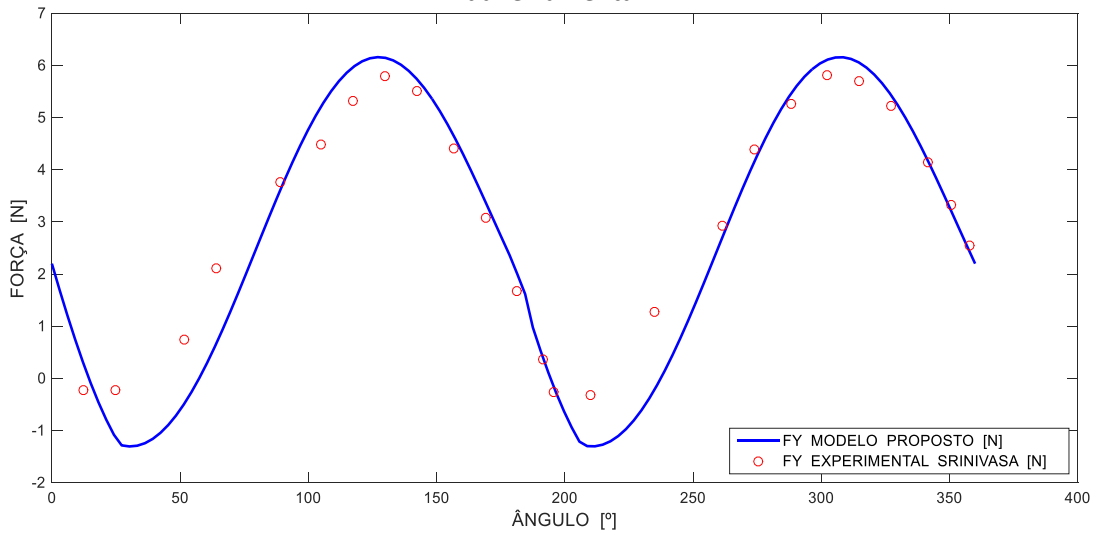
No que se refere à análise de  $F_Y$ , construiu-se o Gráfico 3 para a comparação do modelo proposto com as informações experimentais de Rao e Shunmugam (2012) para uma única rotação da ferramenta e o Gráfico 4 para a comparação com os dados experimentais de Srinivasa e Shunmugam (2013) também para uma única rotação da ferramenta.

**Gráfico 3** - Comparação entre forças simuladas e experimentais, perpendiculares à direção de avanço da ferramenta



Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

**Gráfico 4** - Comparação entre forças simuladas e experimentais, perpendiculares à direção de avanço da ferramenta



Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Para a comparação com o experimento de Rao e Shunmugam (2012) encontrou-se  $\Delta F = 6,297$  N e  $e_A = 0,506$  N, implicando em  $e_{RM} = 8,031$  %, baseado no Quadro A.3 e para o experimento de Srinivasa e Shunmugam (2013) encontrou-se  $\Delta F = 7,4512$  N e  $e_A = 0,519$  N, implicando em  $e_{RM} = 6,976$  %, com base no Quadro A.4.

Com isto, a previsão das forças em ambas as direções encontram-se próximas dos valores experimentais.

## 5 CONCLUSÃO

Neste trabalho foi apresentado um modelo analítico de forças de corte para microfresamento de topo, baseado na abordagem clássica de corte oblíquo e a partir de parâmetros que são estimados sem a necessidade de grandes quantidades de experimentos. Realizou-se uma comparação entre um modelo analítico de forças de corte e forças de corte experimentais, publicadas pelos autores dos artigos citados. Os respectivos gráficos das forças de corte experimentais foram digitalizados e traçados junto com a curva do modelo proposto no presente estudo.

O modelo apresentou erros admissíveis para cada uma das análises realizadas. O presente estudo contribui para o controle da qualidade final dos microcomponentes produzidos, pois permite analisar detalhadamente a magnitude das forças de corte envolvidas no processo de microfresamento, levando em consideração informações referentes ao material da peça, a dependência da tensão na taxa de deformação e a temperatura, possibilitando uma maior inserção desse processo na indústria e incentivando novas pesquisas na área da microusinagem.

Alguns dos limites encontrados no estudo foram: o fato do material da peça precisar ser considerado homogêneo, pois a ausência de uniformidades na microestrutura do material da peça ocasiona alterações significativas na usinagem e a não consideração do desalinhamento da ferramenta. Como sugestão para trabalhos futuros, recomenda-se a realização de mais pesquisas sobre o desalinhamento da ferramenta, a procura por novos materiais para a fabricação de microfresas e estudos que considerem o material como sendo heterogêneo.

## REFERÊNCIAS

- ALTING, L., KIMURA, F., HANSEN, H. N., BISSACO, G. Micro engineering. CIRP Annals – **Manufacturing Technology**, v. 52, n.2, p. 635-658, 2003.
- ARAMCHAROEN, A.; MATIVENGA, P. T. Size effect and tool geometry in micromilling of tool steel. **Precision Engineering**, pp. 402 – 407, 2009.
- ARAUJO, A. C. **Modelo mecânico de força de usinagem no fresamento de roscas**. Tese (D.Sc.) PEM/COPPE/UFRJ, 2004.
- ARMAREGO, E. J. A.; DESHPANDE, N. P. Computerized End-Milling Force Predictions with Cutting Models Allowing for Eccentricity and Cutter Deflections. **Precision Engineering**. Annals of the CIRP, v. 40, n. 1, p. 25-29,1991.
- BISSACCO, G.; HANSEN, H. N.; DE CHIFFRE, L. Micromilling of hardened tool steel for mould making applications. **Journal of Materials Processing Technology**, v.167, n.2, p. 201-207, 2005.
- CAMPOS, F. O. **Estudo das forças de corte no microfresamento da liga de alumínio 6351-T6**. Dissertação de mestrado - PEM/COPPE/UFRJ, 2014.
- CAMPOS, F. O.; ARAUJO, A. C.; MUNHOZ, A. L. J.; KAPOOR, S. G. The influence of additive manufacturing on the micromilling machinability of Ti6Al4V: A comparison of SLM and commercial workpieces. **Manufacturing Processes**, 2020.
- CHENG, K.; HUO, D. Micro-cutting: fundamentals and applications. **Precision Engineering**. United Kingdom, Wiley, 2013.
- DAVIM, J. P. Machining: fundamentals and recente advances. **Manufacturing Technology** .New York, Springer, 2008.
- DORNFELD, D., MIN, S., TAKEUCHI, Y. Recent advances in mechanical micromachining. CIRP Annals – **Manufacturing Technology**, pp. 745-768, 2006.
- DROZDA, T. J.; WICK, C. Tool and Manufacturing Engineers Handbook – Machining. 4. Ed. Dearborn, Michigan: **Society of Manufacturing Engineers**, 1983.
- EHMANN, K. F.; KAPOOR, S. G.; DEVOR, R. E.; LAZOGLU, I. Machining process modeling: A review. **Journal of Manufacturing Science and Engineering**. 1997.
- GOMES, M. C.; BRITO, L. C.; SILVA, M. B.; DUARTE, M. A. V. Tool wear monitoring in micromilling using Support Vector Machine with vibration and sound sensors. **Precision Engineering**, 2021.
- KLINE, W. A., DEVOR, R. E., LINDBERG, J. R. The prediction of cutting forces in end milling with application to cornering cuts. **Pergamon press Ltd**, 1982.

MOREIRA, S. R. **Energia específica de corte e integridade superficial no microfresamento do aço ABNT 1045**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica), Universidade Estadual Paulista, São Paulo, 2012.

MOUGO, A. L. **Microfresamento do Aço Superduplex: uma comparação mecanística com os aços inoxidáveis austenítico e ferrítico para as forças de usinagem e avaliação da superfície usinada**. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica), Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2016.

MUHAMMAD, A.; GUPTA, M. K.; MIKOLACZYK, T.; PIMENOV, D. Y.; GIASIN, K. Effect of Tool Coating and Cutting Parameters on Surface Roughness and Burr Formation during Micromilling of Inconel 718. **Metals**, 2021.

RAO, S.; SHUNMUGAM, M. Analytical modeling of micro end-milling forces with edge radius and material strengthening effects. **Machining Science and Technology**, pp. 205-227, 2012.

ROSSI, G. C. **Estudo das forças de corte no processo de fresamento de bordas de chapas utilizadas para a fabricação de tubos de aço com costura**. Dissertação (Mestrado), Universidade de São Paulo, 2008.

SRINIVASA, Y.; SHUNMUGAM, M. Mechanistic model for prediction of cutting forces in micro end milling and experimental comparison. **International Journal of Machine Tools and Manufacture**, p.18–27, 2013.

YANG, M. Y.; CHOI, J. G. A Tool Deflection Compensation System for End Milling Accuracy Improvement. **Journal of Manufacturing Science and Engineering**, Transactions of the ASME, v. 120, n. 2, p. 222-229, 1998.

ZAMAN, M. T.; KUMAR, A.; RAHMAN, M.; SREERAM, S. A three-dimensional analytical cutting force model for micro end milling operation. **International Journal of Machine Tools & Manufacture**, p.353–366, 2006.

## ANEXO A – TABELAS COM VALORES DE FORÇA DE CORTE

A.1 - Comparação com dados experimentais de Rao e Shunmugam (2012) e Srinivasa e Shunmugam (2013)

**Quadro A.1** - Cálculo do erro relativo com variações do ângulo  $\theta$  para uma rotação da ferramenta

| Ângulo [rad] | $F_x$ experimental [N] | $F_x$ modelo [N] | Erro absoluto |
|--------------|------------------------|------------------|---------------|
| 0,2290       | -0,3650                | 0,1150           | 0,4800        |
| 0,4570       | 1,3090                 | 1,7217           | 0,4127        |
| 0,6860       | 3,0220                 | 3,0035           | 0,0185        |
| 0,9150       | 4,4010                 | 4,1212           | 0,2798        |
| 1,1430       | 5,1880                 | 4,8503           | 0,3377        |
| 1,3800       | 5,2070                 | 5,0454           | 0,1616        |
| 1,6080       | 4,5370                 | 4,6479           | 0,1109        |
| 1,8370       | 3,3340                 | 3,7430           | 0,4090        |
| 2,0740       | 1,8750                 | 2,4560           | 0,5810        |
| 2,3020       | 0,4750                 | 1,1227           | 0,6477        |
| 2,5310       | -0,5110                | -0,0557          | 0,4553        |
| 2,7600       | -0,9250                | -0,8560          | 0,0690        |
| 2,9960       | -0,6310                | -1,3682          | 0,7372        |
| 3,2250       | 0,2550                 | -0,6746          | 0,9296        |
| 3,4530       | 1,5750                 | 0,9362           | 0,6388        |
| 3,6820       | 3,0130                 | 2,1918           | 0,8212        |
| 3,9110       | 4,3120                 | 3,4424           | 0,8696        |
| 4,1470       | 5,2380                 | 4,4664           | 0,7716        |
| 4,3840       | 5,5520                 | 5,0075           | 0,5445        |
| 4,6120       | 5,2160                 | 4,9549           | 0,2611        |
| 4,8410       | 4,2700                 | 4,3398           | 0,0698        |
| 5,0700       | 2,9090                 | 3,2759           | 0,3669        |
| 5,2980       | 1,3520                 | 1,9712           | 0,6192        |
| 5,5350       | -0,1270                | 0,6196           | 0,7466        |
| 5,7710       | -1,2500                | -0,5235          | 0,7265        |

Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

**Quadro A.2** - Cálculo do erro relativo com variações do ângulo  $\theta$  para uma rotação da ferramenta

| Ângulo [rad] | $F_x$ experimental [N] | $F_x$ modelo [N] | Erro absoluto |
|--------------|------------------------|------------------|---------------|
| 0,2170       | -0,3220                | -0,0052          | 0,3168        |
| 0,4350       | 1,0180                 | 2,0344           | 1,0164        |
| 0,5470       | 2,7796                 | 2,7881           | 0,0085        |
| 0,6520       | 4,5710                 | 3,5640           | 1,007         |
| 0,9000       | 5,6940                 | 5,0936           | 0,6004        |
| 1,3350       | 6,8780                 | 6,5345           | 0,3435        |
| 1,5830       | 5,9120                 | 6,2241           | 0,3121        |
| 1,8000       | 5,2880                 | 5,2931           | 0,0051        |
| 2,0490       | 2,7010                 | 3,7635           | 1,0625        |
| 2,2660       | 1,0490                 | 2,2339           | 1,1849        |
| 2,4830       | -0,9450                | 0,6600           | 1,6050        |
| 2,9490       | -1,8180                | -1,1576          | 0,6604        |
| 3,1660       | -0,7270                | -1,0911          | 0,3641        |
| 3,4460       | 1,3300                 | 0,9261           | 0,4039        |
| 3,6630       | 3,1690                 | 2,7660           | 0,403         |
| 3,7990       | 3,9830                 | 3,6305           | 0,3525        |
| 4,0980       | 6,1300                 | 5,4704           | 0,6596        |
| 4,5630       | 6,0050                 | 6,4902           | 0,4852        |
| 4,7800       | 4,6340                 | 6,1133           | 1,4793        |
| 5,0600       | 3,5120                 | 4,6280           | 1,1160        |
| 5,2770       | 2,0470                 | 3,1428           | 1,0958        |
| 5,5250       | 0,0830                 | 1,2808           | 1,1978        |
| 6,1786       | -1,9335                | -1,2685          | 0,665         |

*Fonte: Elaborado pelo autor (2023).*

**Quadro A.3** - Cálculo do erro relativo com variações do ângulo  $\theta$  para uma rotação da ferramenta

| Ângulo [rad] | $F_Y$ experimental [N] | $F_Y$ modelo [N] | Erro absoluto |
|--------------|------------------------|------------------|---------------|
| 0,6860       | -0,5240                | -0,7306          | 0,2066        |
| 0,9150       | -0,6040                | -0,0281          | 0,5759        |
| 1,1430       | 0,0260                 | 1,0919           | 1,0659        |
| 1,3800       | 1,1680                 | 2,4825           | 1,3145        |
| 1,6080       | 2,5660                 | 3,7822           | 1,2162        |
| 1,8370       | 3,9250                 | 4,8035           | 0,8785        |
| 2,0660       | 4,9090                 | 5,3516           | 0,4426        |
| 2,2940       | 5,3030                 | 5,3325           | 0,0295        |
| 2,5310       | 5,0260                 | 4,7341           | 0,2919        |
| 2,7600       | 4,0990                 | 3,7255           | 0,3735        |
| 2,9534       | 2,9265                 | 2,7156           | 0,2109        |
| 3,0920       | 2,0340                 | 1,9516           | 0,0824        |
| 3,2170       | 1,2210                 | 1,2493           | 0,0283        |
| 3,3423       | 0,4892                 | 0,3232           | 0,166         |
| 3,4544       | -0,1444                | -0,2650          | 0,1206        |
| 3,5532       | -0,5065                | -0,7176          | 0,2111        |
| 3,6850       | -1,0040                | -0,8836          | 0,1204        |
| 4,1470       | -0,7920                | 0,3756           | 1,1676        |
| 4,3840       | 0,2710                 | 1,6622           | 1,3912        |
| 4,6120       | 1,7290                 | 3,0168           | 1,2878        |
| 4,8410       | 3,3240                 | 4,2362           | 0,9122        |
| 5,0700       | 4,6630                 | 5,0867           | 0,4237        |
| 5,2980       | 5,4900                 | 5,4130           | 0,077         |
| 5,5270       | 5,6070                 | 5,1665           | 0,4405        |
| 5,7630       | 5,0350                 | 4,3760           | 0,659         |
| 5,8980       | 4,3210                 | 3,7435           | 0,5775        |
| 5,9920       | 3,7880                 | 3,2554           | 0,5326        |
| 6,0870       | 3,1360                 | 2,7419           | 0,3941        |
| 6,1810       | 2,4840                 | 2,2316           | 0,2524        |
| 6,2290       | 2,1880                 | 1,9757           | 0,2123        |
| 6,2600       | 1,8320                 | 1,8454           | 0,0134        |

Fonte: Elaborado pelo autor (2023).



**Quadro A.4** - Cálculo do erro relativo com variações do ângulo  $\theta$  para uma rotação da ferramenta

| Ângulo [rad] | $F_Y$ experimental [N] | $F_Y$ modelo [N] | Erro absoluto |
|--------------|------------------------|------------------|---------------|
| 0,2170       | -0,2290                | 0,2681           | 0,4971        |
| 0,4350       | -0,2290                | -1,2457          | 1,0167        |
| 0,9000       | 0,7380                 | -0,4901          | 1,2281        |
| 1,1180       | 2,1090                 | 0,6624           | 1,4466        |
| 1,5520       | 3,7610                 | 3,5951           | 0,1659        |
| 1,8310       | 4,4780                 | 5,2066           | 0,7286        |
| 2,0490       | 5,3190                 | 5,9650           | 0,646         |
| 2,2660       | 5,7870                 | 6,1477           | 0,3607        |
| 2,4830       | 5,5060                 | 5,7421           | 0,2361        |
| 2,7320       | 4,4160                 | 4,6662           | 0,2502        |
| 2,9530       | 3,0840                 | 3,3213           | 0,2373        |
| 3,1660       | 1,6730                 | 1,9639           | 0,2909        |
| 3,3420       | 0,3560                 | 0,3598           | 0,0038        |
| 3,4150       | -0,2600                | -0,9065          | 0,6465        |
| 3,6630       | -0,3220                | -1,3035          | 0,9815        |
| 3,8800       | 0,6440                 | -1,0448          | 1,6888        |
| 4,0980       | 1,2680                 | -0,2314          | 1,4994        |
| 4,5630       | 2,9190                 | 2,7029           | 0,2161        |
| 4,7800       | 4,3840                 | 4,1505           | 0,2335        |
| 5,0290       | 5,2570                 | 5,4531           | 0,1961        |
| 5,2770       | 5,8180                 | 6,1095           | 0,2915        |
| 5,4940       | 5,6940                 | 6,0541           | 0,3601        |
| 5,7120       | 5,2260                 | 5,4285           | 0,2025        |
| 5,9630       | 4,1490                 | 4,1311           | 0,0179        |
| 6,1188       | 3,3170                 | 3,275            | 0,042         |
| 6,2431       | 2,5480                 | 2,516            | 0,032         |

Fonte: Elaborado pelo autor (2023).