

Avaliação de métodos de Nivelamentos GNSS a partir da NBR 13.133/1994

[\[ver artigo online\]](#)

Vinícius Bizzo Lopes¹

Carlos Henrique Oliveira da Rocha²

Hélio Lopes Guerra Neto³

RESUMO

A engenharia utiliza em seus projetos altitudes com significado físico que são obtidas a partir de nivelamentos geométricos ou trigonométricos. Tais métodos são feitos em campo realizando medições ao longo do trajeto que se deseja nivelar. Entretanto essas técnicas podem ser inviabilizadas dependendo das condições do terreno, tais como, relevo acidentado ou até mesmo vegetação densa. O nivelamento GNSS é uma alternativa que pode ser utilizada para contornar tais problemas, porém o uso de tal método depende de alguns cuidados para transformar a altitude puramente matemática do GNSS para uma altitude com sentido físico. Neste trabalho serão avaliados, à luz da NBR 13.133/1994, essa transformação: método relativo, método absoluto e método $\Delta N=0$. Dentre os métodos supracitados, o método 2 foi o que obteve melhores resultados.

Palavras-chave: Topografia; Nivelamento; GNSS; Altitudes.

Evaluation of GNSS Leveling methods using NBR 13.133/1994

ABSTRACT

Engineering projects uses altitudes with physical significance that are obtained from geometric or trigonometric leveling. These methods are made in field walking along the line of levelling. However, these techniques can be unfeasible depending on the terrain conditions, such as rugged relief or dense forest. The GNSS leveling is an alternative that can be used to overcome such problems. However, the use of such method depends on some cares to transform the purely mathematical altitude of the GNSS to a physical sense altitude. In this study will be evaluated by the NBR 13.133/1994 the transformation of the altitude: relative method, absolute method and $\Delta N = 0$ method. Among the methods mentioned above, method 2 obtained the best results.

Keywords: Topography; Leveling; GNSS; Heights.

¹ Engenheiro Cartógrafo, graduado pela Universidade do Estado do Rio de Janeiro, vinicius.lopes@uerj.br

² Engenheiro Cartógrafo, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Cartográfica, e-mail: carlos.henrique.oliveira.rocha@gmail.com

³ Engenheiro Cartógrafo, Universidade de São Paulo, Departamento de Engenharia de Transportes, e-mail: helio.guerra@usp.br



INTRODUÇÃO

Boa parte dos projetos de Engenharia, como os de barragens e estradas, e aplicações científicas precisam de altitudes com sentido físico (ARANA et al., 2017). Para a obtenção dessa altitude é necessário realizar o levantamento conhecido como levantamento altimétrico, ou popularmente conhecido como nivelamento. O nivelamento é a técnica de medir desníveis entre um ponto de altitude conhecida até o ponto em que se deseja obter a altitude ao longo do terreno. Entretanto tal técnica pode ficar inviabilizada em locais de relevo acidentado ou vegetação densa.

Com o avanço dos sistemas de navegação por satélite, é possível realizar nivelamentos utilizando o *Global Navigation Satellite Systems* (GNSS). Tal nivelamento é realizado a partir das constelações de satélites que estão em órbita da Terra, e diferente do nivelamento tradicional, o nivelamento GNSS tende a ser mais rápido de ser realizado e pode contornar os problemas que foram citados anteriormente.

Entretanto, a altitude obtida pelos sistemas GNSS são altitudes com sentido puramente matemático que não podem ser utilizadas na maioria dos projetos de engenharia. Todavia, existem métodos que transformam essa altitude com sentido matemático em uma altitude com sentido físico, que são referenciadas ao nível médio dos mares sem perturbação (ARANA, 2009; GEMAEL, 2002).

Isto posto, este é um trabalho que visa avaliar estatisticamente a transformação da altitude com sentido puramente matemático para uma altitude com sentido físico utilizando três métodos para verificar a possibilidade de aplicação desses métodos em projetos de engenharia que não demandem alta exatidão. O trabalho também visa correlacionar os resultados que foram alcançados com a NBR13.133/1994, que é a norma que regula os nivelamentos no Brasil, visando determinar em quais classes da norma os nivelamentos GNSS do trabalho se enquadram. Vale ressaltar que atualmente não existe nenhuma norma brasileira que regulamente o nivelamento GNSS.

1. ALTITUDES

Neste item, serão abordados quatro tipos de altitudes: altitude elipsoidal, altitude ortométrica, altitude normal-ortométrica e altitude normal. Cada altitude possui

suas características e processo de obtenção. Vale ressaltar que a maioria dos projetos de engenharia utiliza altitudes com sentido físico.

A primeira altitude a ser abordada é a altitude obtida pelos receptores GNSS, que é chamada de altitude elipsoidal (h) ou altitude geométrica ou altura geométrica. Tal altitude é obtida pela distância medida ao longo da normal do lugar entre o elipsoide e um ponto na superfície terrestre (ZANETTI, 2007), ou seja, a superfície de referência da altitude elipsoidal é o elipsoide, conforme pode ser visto na Figura 1.

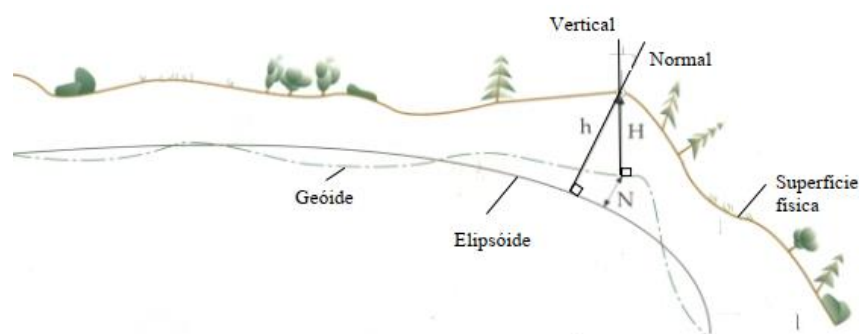


Figura 1: Representação da altitude elipsoidal

Fonte: (ZANETTI, 2007)

Vale ressaltar que a altitude elipsoidal tem sentido puramente matemático, pois é oriunda do elipsoide de revolução, que é o modelo matemático da terra (ZANETTI, 2007) que mais se aproxima ao formato físico da terra que é o Geóide (Figura 2).

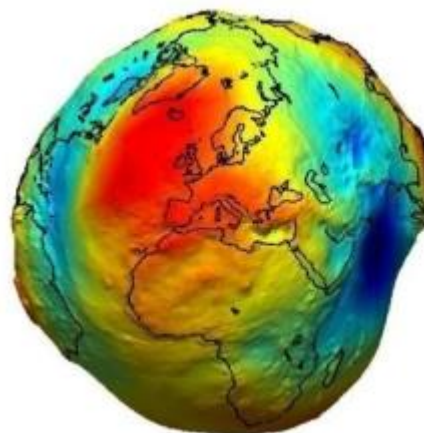


Figura 2: O geóide

Fonte: (BARONI; NETTO, 2017 adaptado de Barbiero, 2015)

A altitude ortométrica (H) será a primeira altitude abordada com sentido físico, a Figura 1 também ilustra tal altitude e a ondulação geoidal (N) que é a medida entre o elipsoide e o geóide e pode ser obtida através da equação 1 (ZANETTI, 2007).

$$h \cong N + H \quad (1)$$

A altitude ortométrica (H) pode ser obtida através da equação 2 e é a medida da distância entre o geóide e a superfície terrestre através da vertical do lugar (JEKELI, 2000; NICACIO, 2017). Para ser obtida, a altitude ortométrica precisa do número geopotencial (C_p) e do valor de gravidade média (g_m) entre o ponto na superfície terrestre e o geóide (JEKELI, 2000). Faz-se necessário o conhecimento da densidade da massa da crosta terrestre para se obter esse valor de gravidade média, tornando a obtenção da altitude ortométrica inviável (NICACIO, 2017).

$$H = \frac{C_p}{g_m} \quad (2)$$

Devido ao fato da altitude ortométrica ser muito difícil de ser obtida, o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) adotava a altitude normal-ortométrica (H^{Nort}), que pode ser vista na equação 3, para as redes geodésicas sem ou com poucas medições gravimétricas (IBGE, 2019), até o reajustamento da rede altimétrica em 2018, esse era o tipo de altitude utilizada nas redes geodésicas. Os parâmetros da equação 3 são o módulo do vetor da gravidade normal ($\bar{\gamma}$) e o número do esferopotencial (C'_p) que estão ligados à Terra Normal (ARANA, 2009)

$$H^{Nort} = \frac{C'_p}{\bar{\gamma}} \quad (3)$$

A altitude normal-ortométrica pode ser obtida a partir do emprego da correção normal-ortométrica nas altitudes niveladas (NICACIO, 2017), tal correção é feita para corrigir o não paralelismo das superfícies equipotenciais que pode ser visto na Figura 3.

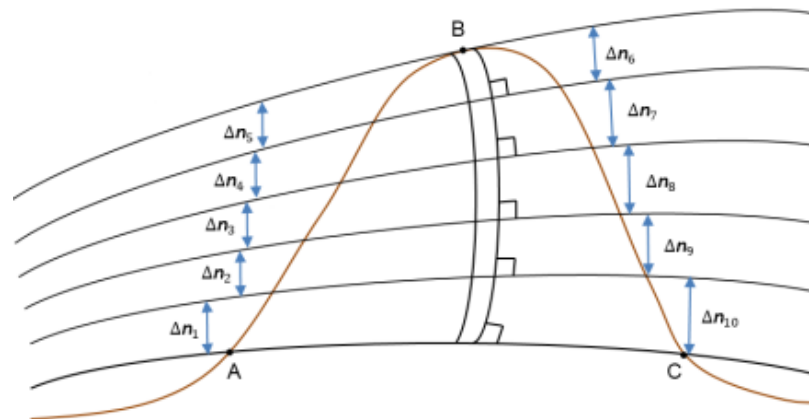


Figura 3: Não paralelismo das superfícies equipotenciais

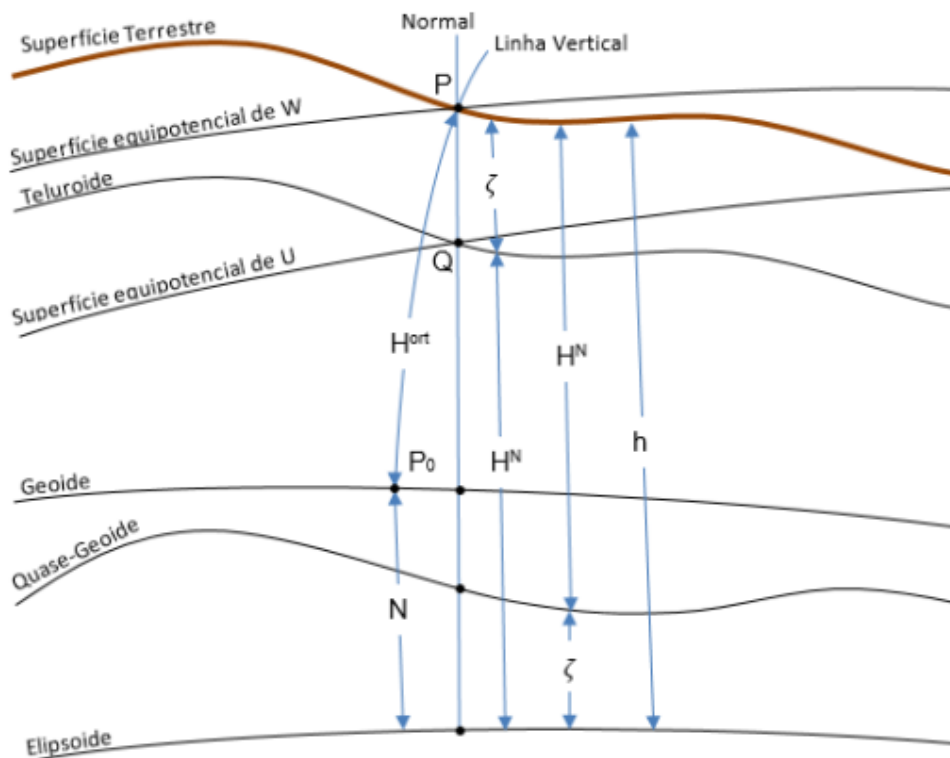
Fonte: (NICACIO, 2017 adaptado de FREITAS e BLITZKOW 1999)

Todavia, a altitude normal-ortométrica não possui um significado físico completo (NICACIO, 2017). Molodenskii propôs em 1945 a altitude normal (H^N) que tem como superfície de referência o Teluroide e contorna o problema do valor médio da gravidade (NICACIO, 2017). Essa altitude pode ser obtida pela equação 4, que utiliza como parâmetros o número geopotencial (C_p) e o valor da gravidade normal média (γ_m) entre o elipsoide e o ponto no teluroide (NICACIO, 2017).

$$H^N = \frac{C_p}{\gamma_m} \quad (4)$$

A anomalia de altitude (ζ) é a distância entre o Teluroide e a superfície terrestre e a altitude normal está referida em um ponto sobre a superfície do elipsoide até o Teluroide, conforme pode ser visto na Figura 4.

Figura 4: Ilustração da altitude normal



Fonte: (NICACIO, 2017)

Tais distâncias são invertidas ao longo da vertical (JEKELI, 2000), fazendo assim que a anomalia de altitude seja a separação entre o quase-geoide e a superfície do elipsoide, e a altitude normal a distância entre o quase-geoide e a superfície terrestre.

2. METODOLOGIA

Os dados de altitude utilizados para este trabalho são oriundos do IBGE, classificados como altitudes normais, e foram obtidas após o reajustamento da Rede Altimétrica de Alta Precisão (RAAP) de 2018. Serão apresentados três métodos para a transformação da altitude elipsoidal em uma altitude com sentido físico, são eles: método absoluto (método 1), método relativo (método 2) e método $\Delta N=0$ (método 3). Para a realização dos métodos 1 e 2 é necessário conhecer as anomalias de altitude dos pontos, visto que as altitudes utilizadas são altitudes normais. Entretanto atualmente não são disponibilizados modelos com boa exatidão que fornecem a

anomalia de altitude, por isso, este trabalho utilizará o MAPGEO2015 para a obtenção das ondulações geoidais dos pontos para usar como parâmetro nos métodos 1 e 2.

O MAPGEO2015 é o modelo de ondulação geoidal do Brasil que é fornecido pelo IBGE, tal modelo calcula a ondulação geoidal (N), que é a variação entre a superfície elipsoidal e o geoide. A altitude normal é referida ao quase-geoide a separação desse até a superfície do elipsoide é chamada de anomalia de altitude (ζ). Apesar do geoide e do quase-geoide serem superfícies diferentes, a anomalia de altitude e a ondulação geoidal são iguais no oceano e muito próximas entre si em outros lugares (MORITZ; HOFMANN-WELLENHOF, 2006), por isso este trabalho irá considerar o geoide e o quase-geoide como iguais, pois os resultados não serão afetados.

A aquisição dos dados foi feita no Banco de Dados Geodésicos do IBGE e para a filtragem dos dados foi feita a seleção das Linhas de Nivelamento que tinham conexão com vértices SAT-GPS (RRNN x SAT-GPS). Dentro dessa seleção, foram escolhidas as conexões RRNN x SAT-GPS que estivessem a no máximo 20km de outra conexão.

Foram utilizados softwares de Sistema de Informações Geográficas (SIG) para realizar a filtragem desses dados bem como a espacialização dos mesmos em um software SIG. As linhas de nivelamento que atenderam aos requisitos especificados foram as linhas de nivelamento no Rio de Janeiro, Minas Gerais e Bahia, conforme pode ser visto na Figura 5.

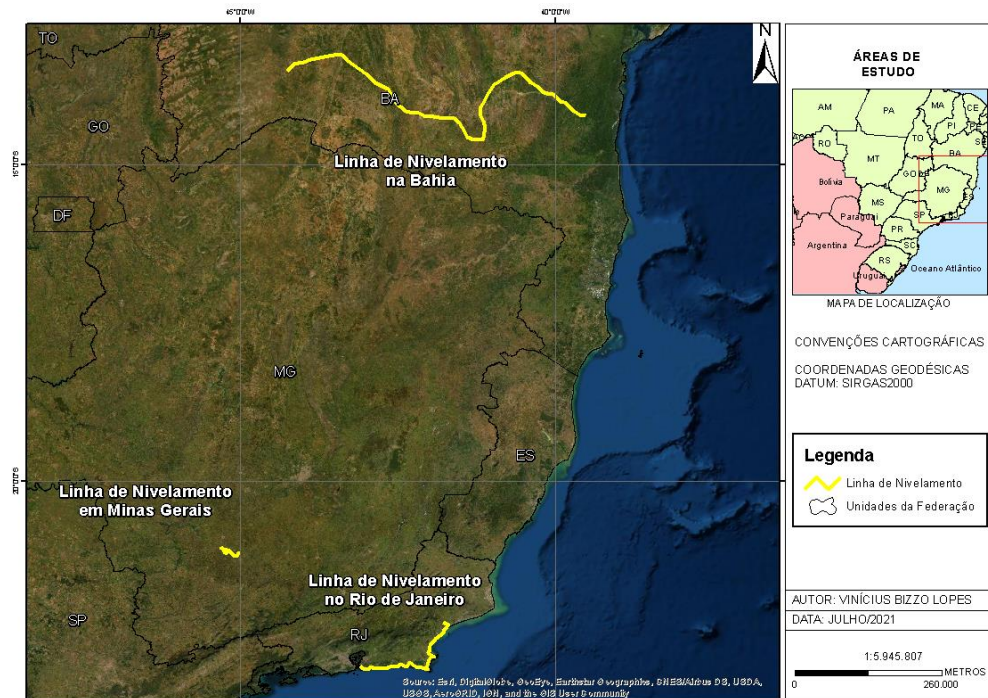


Figura 5: Áreas de estudo

Fonte: O autor

O método 1 é chamado de método absoluto, ele realiza a transformação da altitude elipsoidal para uma altitude com sentido físico a partir da equação 4, onde H é a altitude que queremos encontrar, h é a altitude elipsoidal e N é a ondulação geoidal obtida pelo MAPGEO2015. Nesse método, é possível obter a altitude com sentido físico de um ponto apenas com sua altitude elipsoidal e a ondulação geoidal. Todavia, o método absoluto não elimina erros sistemáticos do sistema como, por exemplo, o desalinhamento entre a vertical e a normal do lugar. (NICÁCIO; DALAZOANA, 2018)

$$H \cong h - N \quad (4)$$

O método 2 pode ser visto na equação 5 e na Figura 6 e é chamado de relativo e geralmente é melhor que o anterior, visto que esse método elimina erros inerentes ao sistema (NICÁCIO; DALAZOANA, 2018).

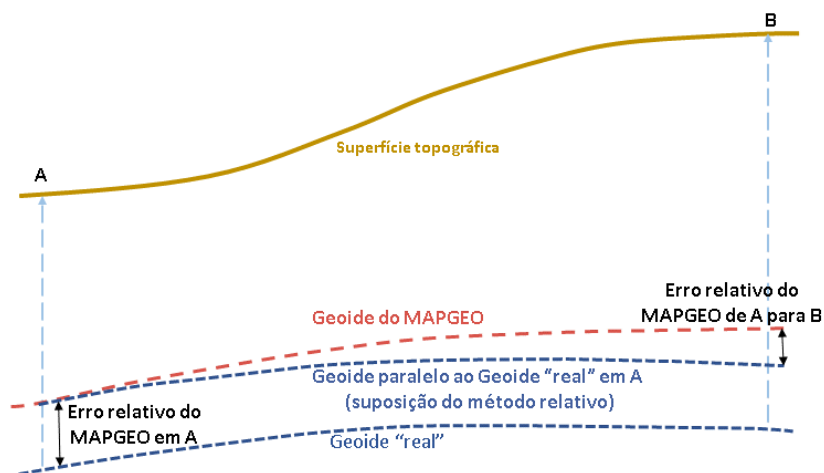


Figura 6: Ilustração do método 2

Fonte: Anotações de aula do Professor Ivandro Klein (2020). Disponível em: <https://youtu.be/k6akBCtcCPk> Acessado em: 11/07/2021

Nesse método são utilizadas duas estações para obter a altitude com sentido físico, onde uma estação é a base, que tem a sua altitude elipsoidal obtida por rastreamento GNSS e sua altitude com sentido físico obtida através de nivelamento geométrico de alta precisão, e a outra estação é a qual deseja-se determinar a altitude com sentido físico, que possui apenas altitude elipsoidal obtida por rastreamento GNSS e ondulação geoidal obtida pelo MAPGEO2015.

$$H_p = H_0 - h_0 + h_p + N_0 - N_p \quad (5)$$

Os parâmetros da equação 5 são: H_p é a altitude que se deseja obter, H_0 é a altitude normal-ortométrica do ponto base, h_0 é a altitude elipsoidal da base, h_p é a altitude elipsoidal do ponto que se deseja obter, N_0 é a ondulação geoidal da base obtida pelo MAPGEO2015 e N_p é a ondulação geoidal do ponto que se deseja obter, também obtido pelo MAPGEO2015.

O método 2 foi aplicado de duas maneiras: Em um primeiro momento foi fixada a base no início da linha de nivelamento e calculada as altitudes com sentido físico de toda a linha de nivelamento (chamado de método 2.1), e em um segundo momento a linha de nivelamento foi dividida a cada 100km visando observar se há melhoras nos

resultados (chamado de método 2.2 e para cada trecho foi atribuída uma letra, e.g: “Método 2.2 Trecho A”).

Como o geoide é uma superfície equipotencial que o raio de curvatura varia de forma lenta (ARANA, 2009), o método 3 considera que a variação da ondulação geoidal é nula ($\Delta N=0$) ao longo do trecho do nivelamento, conforme pode ser visto na Figura 7. Desse modo, o desnível da altitude com sentido físico seria o mesmo desnível da altitude elipsoidal (MOREIRA; KRUEGER, 2020), conforme descrito na equação 6. Assim como no método 2, o método 3 também foi aplicado primeiro usando uma base fixa (método 3.1) e em seguida dividida em trechos (chamado de método 3.2 e atribuída uma letra para cada trecho)

$$\Delta h = \Delta H$$

$$h_1 - h_2 = H_1 - H_2 \quad (6)$$

$$H_1 = H_2 + (h_1 - h_2)$$

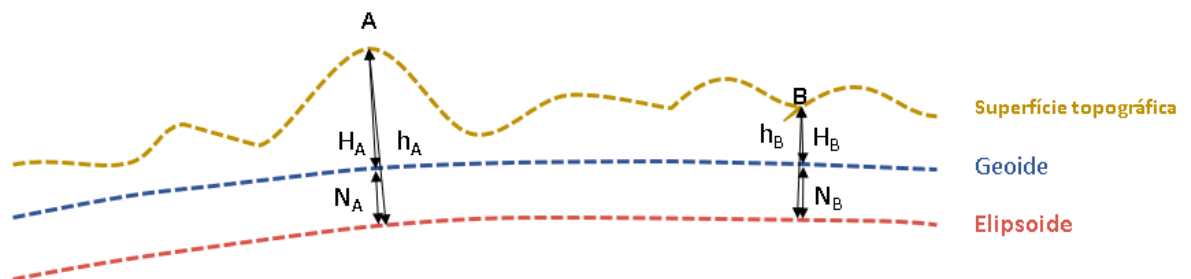


Figura 7: Ilustração do Método 3

Fonte: O autor

3. AVALIAÇÃO ESTATÍSTICA DO NIVELAMENTO GNSS

Toda medição pode possuir erros aleatórios, grosseiros e sistemáticos (MONICO et al., 2009), portanto para avaliar a qualidade dos resultados obtidos foram realizados o Teste t, o Root Mean Square Error (RMSE) e o Teste Qui-quadrado.

O Mean Square Error (MSE) foi proposto por Gauss e é uma forma de avaliar a exatidão de uma medida que leva em consideração os erros aleatórios e sistemáticos juntos (MONICO et al., 2009). Para este trabalho, foi utilizada a raiz quadrada do MSE, visando calcular o desvio padrão das discrepâncias.

A exatidão de um valor é melhor avaliada se dividida em tendência e incerteza, para que possa ser possível diferenciar os erros aleatórios e sistemáticos (MONICO et

al., 2009). O Teste t é usado para avaliar tendências nos resultados que estão ligados a erros sistemáticos (CAMARGO et al., 2007; GALO; CAMARGO, 1994) e se o resultado encontrado está dentro do intervalo de confiança desejado, que no caso deste trabalho foi de 95%

Já o teste do qui-quadrado é usado para avaliar a incerteza das medidas encontradas nas altitudes. Tal é feito comparando a variância das discrepâncias obtidas com o erro para a partir disso verificar se o valor encontrado está dentro do intervalo de confiança de 95% . Como para Nivelamentos GNSS ainda não existe um erro padrão estipulado, neste trabalho será utilizado o qui-amostal de acordo número de observações feitas e encontrar qual foi o erro padrão obtido.

Também será calculado um erro de fechamento em mm/\sqrt{k} dos levantamentos nos métodos 2 e 3 para que esses resultados possam ser correlacionados com as classes de nivelamentos de acordo com a NBR13.133/1994 que pode ser visto na Tabela 1.

Tabela 1: Tolerâncias de Fechamento para Nivelamento da NBR 13.133/1994:

Classe	Tolerância de Fechamento
IN Geom.	12 mm√K
IIN Geom.	20 mm√K
IIIN Trig.	0,15 m√K
IVN Taqueo.	0,30 m√K

Fonte: NBR13.133/1994, pág. 17.

4. RESULTADOS

A seguir serão apresentados os resultados para as linhas de nivelamento no Rio de Janeiro, Minas Gerais e Bahia respectivamente, como Teste t, Erro padrão, RMSE e um gráfico de frequências para as classes da NBR13.133 atendidas.

A Tabela 2 a seguir mostra os resultados obtidos para os métodos de nivelamento utilizados na Linha de Nivelamento no Rio de Janeiro, que tem aproximadamente 239 quilômetros e pode ser vista na figura 7. De acordo com a análise estatística dos resultados todos os métodos de nivelamento para o Rio de Janeiro apresentaram tendência nos dados, visto que possuem um T amostral maior

que o T teórico permitido, tal resultado demonstra que os métodos não estão dentro do intervalo de confiança de 95% estabelecido para a análise dos nivelamentos.

O método 1 apresentou tendência nos dados, pois teve T amostral de -4,1131 e T teórico de 2,0322. O RMSE para esse método foi de 0,0416m e o erro padrão de 0,1685m. O método 2.1 teve T amostral de 10,9183 e T teórico de 2,0345, RMSE de 0,0694m e erro padrão de 0,1655m. Para o trecho A do método 2.2 o T amostral é de 4,4636 e o T teórico de 2,2281, RMSE 0,0707 e erro padrão 0,1738m. Para o trecho B do método 2.2 o T amostral é de -3,8014 e o T teórico de 2,4138, RMSE de 0,0377m e erro padrão de 0,1524m.

Em relação ao método 3.1, temos que o T amostral é de -4,2088 e o T teórico 2,0345, RMSE de 0,4309m e erro padrão 0,5386m. Para o trecho A do método 3.2 o T amostral é de -2,6903 e o T teórico de 2,2281, RMSE 0,0890m e erro padrão 0,2239m. Já para o trecho B o T amostral é de -6,7301 e o T teórico de 2,0796, RMSE de 0,06752 e erro padrão 0,5520m

Para a linha de nivelamento no Rio de Janeiro os métodos 1 e 2.1 foram os que tiveram resultados mais satisfatórios, pois apesar de apresentar tendência nos dados, esses métodos apresentaram os menores valores de erro padrão e RMSE.

Tabela 2: Resultados dos métodos de nivelamento para o Rio de Janeiro

Rio de Janeiro							
	Método 1	Método 2.1	Método 2.2 - Trecho A	Método 2.2 - Trecho B	Método 3.1	Método 3.2 - Trecho A	Método 3.2 - Trecho B
Discrepância Max. (m)	0,0339	0,1109	0,1109	0,0302	0,2800	0,0785	0,1030
Discrepância Min. (m)	-0,1298	-0,0465	-0,0465	-0,0969	-0,7258	-0,1241	-0,9028
Média (Δx) (m)	-0,0236	0,0614	0,0550	-0,0235	-0,2509	-0,0550	-0,5453
DesvPad ($S \Delta x$) (m)	0,0340	0,0328	0,0409	0,0290	0,3476	0,0678	0,3800
T Amostral (tx)	-4,1131	10,9183	4,4636	-3,8014	-4,2088	-2,6903	-6,7301
T Teórico	2,0322	2,0345	2,2281	2,4138	2,0345	2,2281	2,0796
Erro Padrão (δx) m	0,1685	0,1655	0,1738	0,1524	0,5386	0,2239	0,5520
Qui Amostral	48,6024	47,3999	18,3070	32,6708	47,3999	18,3071	32,6706
Qui Teórico	48,6024	47,3999	18,3070	32,6706	47,3999	18,3070	32,6706
RMSE	0,0416	0,0694	0,0707	0,0377	0,4309	0,0890	0,6752
Σ Km	-	238,6289	93,5067	133,6934	238,6289	93,5067	133,6934

Fonte: O autor

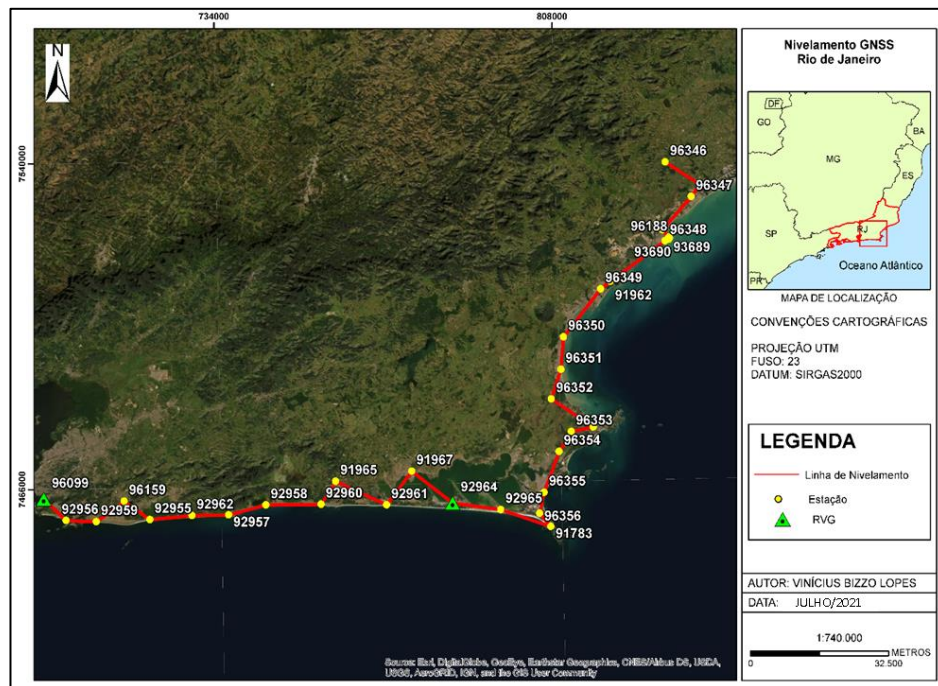
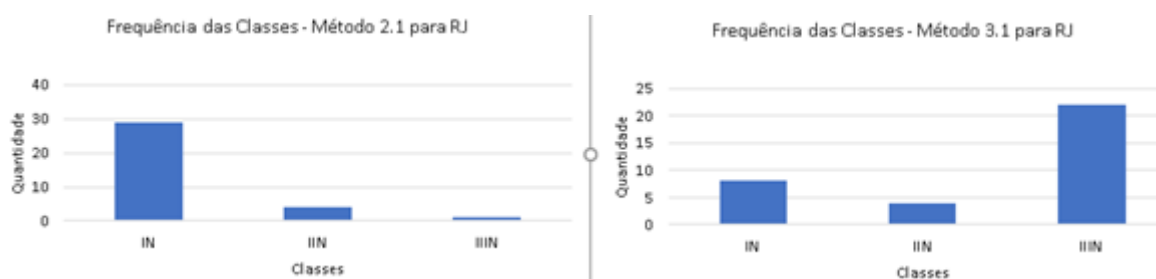


Figura 8: Linha de nívelamento GNSS do Rio de Janeiro

Fonte: O autor

No Gráfico 1 é possível observar que 29 estações no Rio de Janeiro atingiram a classe IN da NBR13.133/1994, enquanto 4 estações estão na classe IIN e 1 estação na IIIN. Já para o método 3.1 é possível observar que 22 estações estão na classe IIIN, 4 estações na IIN e 8 estações na IN, mostrando que o método 2.1 se mostrou mais eficaz para a linha de nívelamento do Rio de Janeiro.

Gráfico 1: Frequências de classes atingidas para os métodos 2.1 e 3.1 no Rio de Janeiro



Fonte: O autor

A Tabela 3 a seguir mostra os resultados obtidos pelos métodos em Minas Gerais, que tem uma linha de nívelamento de aproximadamente 61 quilômetros. Para o

método 1, pode ser observado uma tendência nos dados, devido ao T amostral de -9,0509 é maior em módulo do que o T teórico, que é 2,2010, além disso, obteve um RMSE de 0,2169m e erro padrão de 0,2362m.

Os métodos 2.1 e trecho A e B para o método 2.2 tiveram respectivamente T amostral de -2,1727, -2,0465 e -0,1976 e T teórico de 2,2281 e 2,7764 para ambos os trechos, é possível observar que não há tendência nos dados. Além disso, tais estações tem valores de RMSE de 0,0932m, 0,0421m e 0,1228m respectivamente e valores de erro padrão de 0,2382m 0,1383m e 0,2674m também respectivamente. Avaliando o erro padrão é possível observar que o trecho A do método 2.2 teve um melhor resultado do que todos os outros métodos.

Já os métodos 3.1 e 3.2 para ambos os trechos tiveram T teórico de 2,2281 e 2,7764 respectivamente, e valores de T amostral de 4,1054 para o método 3.1, 3,3490 para o trecho A do método 3.2 e -3,2228 para o trecho B do método 3.2, o que mostra uma tendência nos dados. O método 3.1 também apresenta RMSE de 0,3450 e erro padrão de 0,3945m. O método 2.2 para o trecho A e B possui RMSE de 0,1524m e 0,3798m respectivamente e erro padrão de 0,2253m e 0,3606m também respectivamente

Apesar da tendência dos dados nos métodos 3.1 e 3.2 para ambos os trechos os valores de erro padrão não foram tão elevados, isso pode ser explicado devido ao fato da linha de nivelamento em Minas Gerais ser relativamente pequena, como pode ser visto na figura 8 e o geóide ter um raio de curvatura que varia de forma lenta.

Para os métodos de nivelamento em Minas Gerais, o método 2.2 Trecho A foi o que teve os resultados mais satisfatórios em relação aos outros, pois foi o método com menor erro padrão, menor RMSE e sem tendência nos dados.

Tabela 3: Resultados dos métodos de nivelamento para Minas Gerais

Minas Gerais							
	Método 1	Método 2.1	Método 2.2 - Trecho A	Método 2.2 - Trecho B	Método 3.1	Método 3.2 - Trecho A	Método 3.2 - Trecho B
Discrepância Max. (m)	-0,1194	0,0295	0,0166	0,0587	0,6208	0,2336	-0,0392
Discrepância Min. (m)	-0,4133	-0,2644	-0,0519	-0,2352	0,0387	0,0387	-0,5652
Média (Δx) (m)	-0,1950	-0,0503	-0,0270	-0,0487	0,2606	0,1170	-0,2887
DesvPad ($S \Delta x$) (m)	0,0746	0,0768	0,0295	0,1101	0,2105	0,0781	0,2003
T Amostral (tx)	-9,0509	-2,1727	-2,0465	-0,1976	4,1054	3,3490	-3,2228
T Teórico	2,2010	2,2281	2,7764	2,7764	2,2281	2,7764	2,7764
Erro Padrão (δx) m	0,2362	0,2382	0,1383	0,2674	0,3945	0,2253	0,3606
Qui Amostral	19,6754	18,3070	9,4877	9,4878	18,3075	9,4877	9,4877
Qui Teórico	19,6751	18,3070	9,4877	9,4877	18,3070	9,4877	9,4877
RMSE	0,2169	0,0932	0,0421	0,1228	0,3450	0,1524	0,3798
Σ Km	-	60,8472	20,8354	32,3902	60,8472	20,8354	32,3902

Fonte: O autor

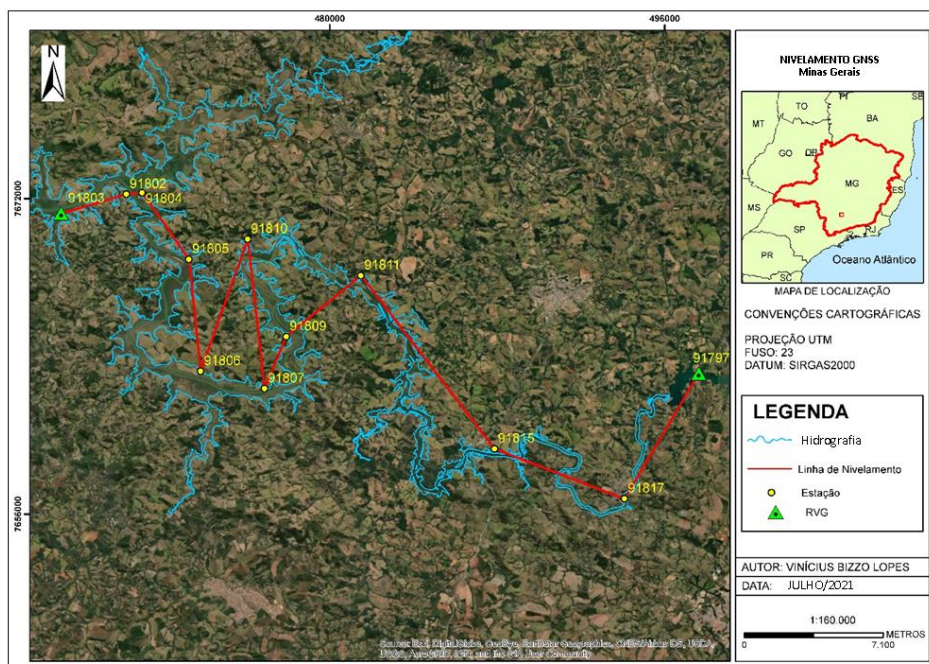
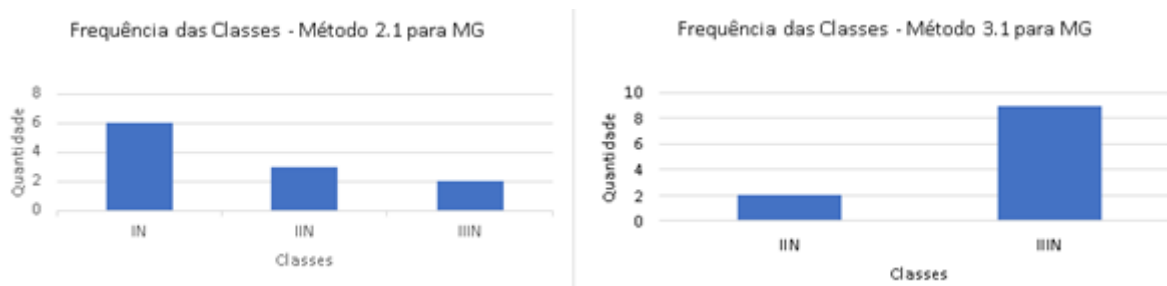


Figura 9: Linha de nivelamento GNSS em Minas Gerais

Fonte: O autor

O Gráfico 2 mostra que para o método 2.1, 29 estações atingiram a classe IN, 4 na classe IIN e 1 na classe IIIN, e que para no método 3.1, 8 estações atingiram a classe IN, 4 estações atingiram a classe IIN e 22 estações estão na classe IIIN. Tais dados demonstram que os o método de levantamento 2 atingiu melhores classes do que o método 3.

Gráfico 2: Frequências de classes atingidas para os métodos 2.1 e 3.1 em Minas Gerais



Fonte: O autor

A linha de nivelamento da Bahia pode ser vista na figura 9 e os dados podem ser vistos nas Tabela 4 e Tabela 5. Na Tabela 4 é possível observar que o método 1 apresenta uma grande tendência nos dados, pois teve T amostral de -20,8939 e T teórico de 1,996. Já em relação ao RMSE, o método 1 teve valor de 0,2778m e erro padrão de 0,2912m.

Devido ao fato da linha de nivelamento da Bahia ter aproximadamente 700 quilômetros, método 2.2 teve 6 divisões de aproximadamente 100 quilômetros cada. Dessas divisões, os trechos A, B e D do método 2.2 tiveram valores de T amostral de -1,6542, -1,5039 e 0,0427 respectivamente e T teórico de 2,3060, 2,4469 e 2,1604 respectivamente, o que mostra que os dados para esses trechos não apresentaram tendência. Os mesmos trechos apresentaram RMSE de 0,0979m, 0,0890m e 0,0844m respectivamente e valores de erro padrão de 0,2463m, 0,2378m e 0,2537m também respectivamente.

Já os trechos C, E e F possuem respectivamente T amostral de -4,3799, 6,0198 e -3,4836, já o T teórico para os trechos são de 2,4469, 2,2622 e -1,8595 respectivamente, o que mostra uma tendência nesses resultados. Os mesmos trechos apresentaram RMSE de 0,1459m, 0,2505m e 0,0966m respectivamente e erro padrão de 0,2217m, 0,2855m e 0,2092m também respectivamente.

Já o método 2.1 não apresentou tendência nos dados, pois teve T teórico de 2,003 e T amostral de -1,5153. Além disso, apresentou RMSE 0,0999m e erro padrão

de 0,2922m, mostrando ser um bom método para o trecho, levando-se em consideração que esse método usa apenas uma estação como base.

O método 3.2 também foi dividido em trechos, assim como no método 2.2. Avaliando a tabela 5 é possível perceber que os trechos C e F do método 3.2 não possuem tendência, pois possuem valores de T amostral de 0,8234 e 0,1294, respectivamente, enquanto possuem T teórico de 2,4469 e 2,3060. Além disso, possuem RMSE de 0,2009m e 0,2153m, respectivamente, e erro padrão de 0,3626m e 0,3930m, respectivamente.

Já os trechos A, B, D e E do método 3.2 apresentaram tendência nos dados, pois possuem T amostral de -6,4658, 3,7888, 7,6965 e 5,2799, respectivamente, enquanto possuem T Teórico de 2,3060, 2,4469, 5,8919 e 2,2622, respectivamente. Para o RMSE, os mesmos trechos apresentaram valores de 1,5435m, 0,7787m, 1,0974m e 1,9321m, respectivamente e erro padrão de 0,6666m, 0,5402m, 0,5867m e 0,8344m, respectivamente.

O método 3.1 não apresentou tendência nos dados pois teve T teórico de 2,0003 e T amostral de 1,3549, mas apresentou um RMSE e erro padrão de 1,7488m e 1,2249m, respectivamente. Apesar do método 3.1 não ter apresentado tendência nos dados, ele teve valores de erro padrão e RMSE maiores do que trechos que apresentaram tendência, como por exemplo os trechos A, B, C, D e F do método 3.2

Tabela 4: Resultados dos métodos de nivelamento para Bahia

Bahia								
	Método 1	Método 2.1	Método 2.2 - Trecho A	Método 2.2 - Trecho B	Método 2.2 - Trecho C	Método 2.2 - Trecho D	Método 2.2 - Trecho E	Método 2.2 - Trecho F
Discrepância Max. (m)	-0,0746	0,1648	0,1648	0,0560	-0,0171	0,1755	0,3152	0,0006
Discrepância Min. (m)	-0,4535	-0,2141	-0,1048	-0,1289	-0,2199	-0,1397	0,0241	-0,2049
Média (Δx) (m)	-0,2581	-0,0190	-0,0466	-0,0431	-0,1179	0,0010	0,2127	-0,0707
DesvPad ($S \Delta x$) (m)	0,0973	0,0980	0,0845	0,0759	0,0712	0,0844	0,1117	0,0609
T Amostral (tx)	-20,8939	-1,5153	-1,6542	-1,5039	-4,3799	0,0427	6,0198	-3,4836
T Teórico	1,9996	2,0003	2,3060	2,4469	2,4469	2,1604	2,2622	-1,8595
Erro Padrão (δx) m	0,2912	0,2922	0,2463	0,2378	0,2217	0,2537	0,2855	0,2092
Qui Amostral	80,2321	79,0819	15,5070	12,5916	12,5916	22,3623	16,9192	15,5070
Qui Teórico	80,2321	79,0819	15,5073	12,5916	12,5916	22,3620	16,9190	15,5073
RMSE	0,2778	0,0999	0,0979	0,0890	0,1459	0,0844	0,2505	0,0966
Σ Km	-	700,3556	97,7651	91,6118	97,6180	166,2245	119,2151	84,9999

Fonte: O autor

Tabela 5: Resultados dos métodos de nivelamento para Bahia

Bahia							
	Método 3.1	Método 3.2 - Trecho A	Método 3.2 - Trecho B	Método 3.2 - Trecho C	Método 3.2 - Trecho D	Método 3.2 - Trecho E	Método 3.2 - Trecho F
Discrepância Max. (m)	3,3738	-0,3348	1,1890	0,3329	1,5789	2,5701	0,4718
Discrepância Min. (m)	3,1135	-2,1395	0,0588	-0,1693	0,1642	0,1841	-0,1936
Média (Δx) (m)	0,2988	-1,3333	0,6054	0,0593	0,9638	1,5937	0,0093
DesvPad ($S \Delta x$) (m)	1,7226	0,6186	0,4228	0,1904	0,4515	0,9545	0,2150
T Amostral (tx)	1,3549	-6,4658	3,7888	0,8234	7,6965	5,2799	0,1294
T Teórico	2,0003	2,3060	2,4469	2,4469	5,8919	2,2622	2,3060
Erro Padrão (δx) m	1,2249	0,6666	0,5402	0,3626	0,5867	0,8344	0,3930
Qui Amostral	79,0819	15,5081	12,5921	12,5922	22,3621	16,9190	15,5070
Qui Teórico	79,0819	15,5073	12,5916	12,5916	22,3620	16,9190	15,5073
RMSE	1,7488	1,5435	0,7787	0,2009	1,0974	1,9321	0,2153
Σ Km	700,3556	97,7651	91,6118	97,6180	166,2245	119,2151	84,9999

Fonte: O autor

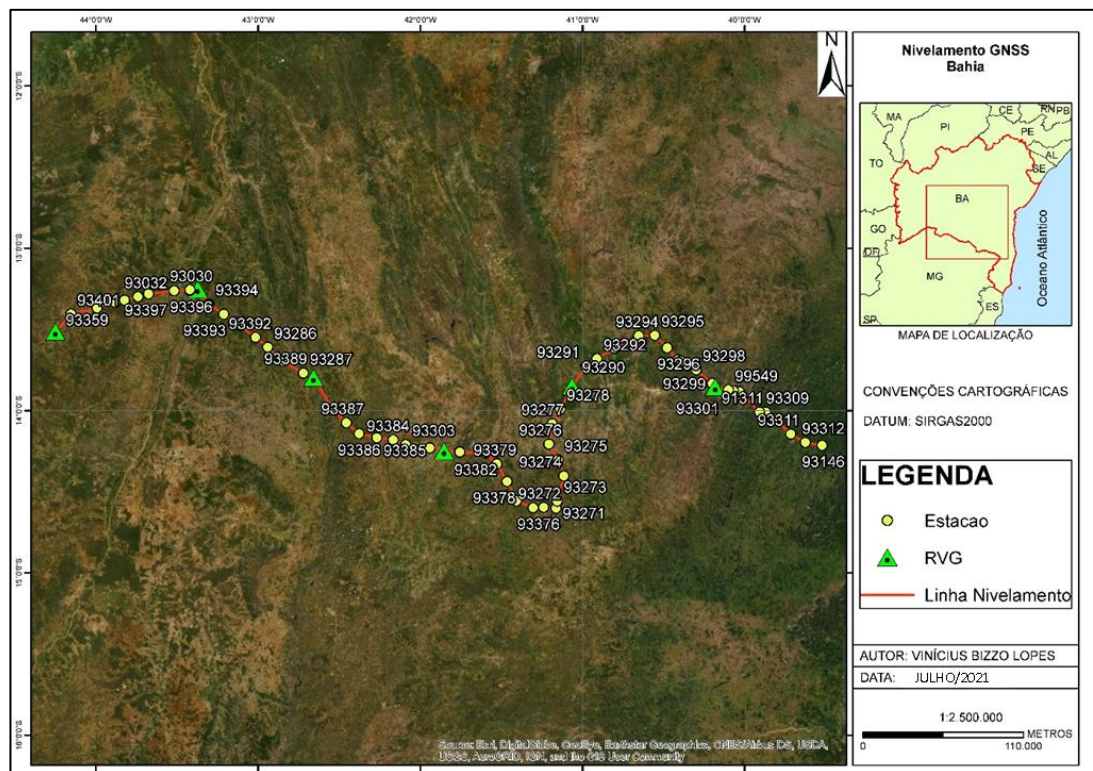
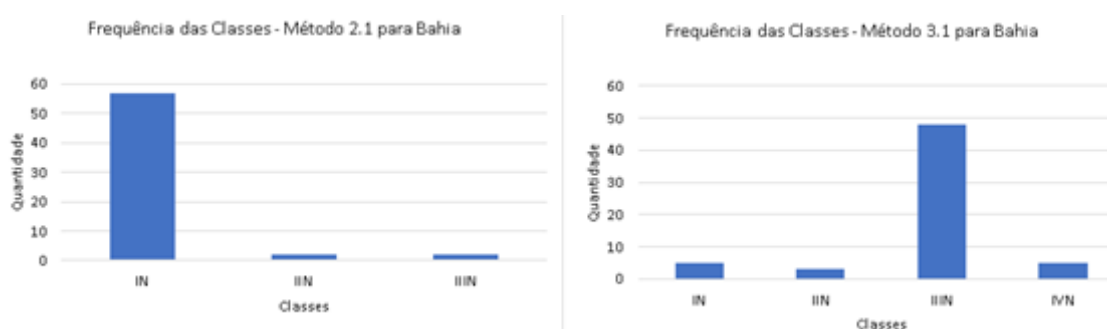


Figura 10: Ilustração do Nivelamento GNSS na Bahia

Fonte: O autor

O Gráfico 3 ilustra para a Bahia quantas estações atingiram determinada classe em relação a NBR 13.133/1994. Para o método 2.1, 57 estações atingiram a classe IN, 2 estações na classe IIN e 2 na classe IIIN. No método 3.1, 5 estações estão na classe IN, 3 estações na classe IIN, 48 estações na classe IIIN e 5 estações na classe IVN.

Gráfico 3: Frequências de classes atingidas para os métodos 2.1 e 3.1 na Bahia



Fonte: O autor

5. DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Avaliando os resultados é possível notar que as maiores discrepâncias, RMSE e erro padrão foram geralmente encontradas no método 3. Tal resultado pode ter como explicação a grande variação do geóide em relação ao elipsoide nesses trechos, pois como citado anteriormente, o método 3 considera a variação da ondulação geoidal como nula. Logo, se um local tem uma grande variação da ondulação geoidal, o método 3 não terá resultados satisfatórios. Tal fato pode ser confirmado avaliando o método 3 quando ele foi dividido em trechos, nesses casos os valores geralmente foram melhores do que os valores para o trecho completo.

O método 1 obteve, de um modo geral resultados mais satisfatórios que o método 3. Além disso, a aplicação do método 1 é relativamente mais simples do que a do método 3, logo, para as regiões do Rio de Janeiro e Bahia, o método 1 se mostrou melhor que o método 3. É possível dizer que os erros sistemáticos mostrados no método 1 podem ser causados pelo fato de se utilizar as altitudes normais como se ortométricas fossem.

Já o método 2 foi o que teve geralmente os resultados mais satisfatórios, isso pode ser explicado devido ao fato de o método eliminar os erros sistemáticos. Vale ressaltar que o método 2 foi o método em todas as regiões que mais teve estações na classe IN da NBR13.144/1994.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O trabalho teve como proposta realizar a avaliação de três métodos de obtenção de altitude com sentido físico a partir de altitudes elipsoidais obtidas por nivelamento GNSS. Para realizar essa avaliação foram utilizados dados de estações RRNN que têm como conexão vértices SAT-GPS em 3 regiões do Brasil. Após a aplicação dos métodos, os resultados obtidos foram submetidos a testes estatísticos visando avaliar se os métodos utilizados conseguiram obter valores de altitude com sentido físico com uma boa exatidão.

Dos três métodos avaliados nas três regiões, o método que se mostrou mais satisfatório na maioria das vezes foi o método 2. Com isso, dependendo da exatidão em que um projeto precisa, o nivelamento geométrico tradicional pode ser substituído pelo nivelamento GNSS utilizando esse método (relativo) por ser uma alternativa mais rápida e que pode contornar problemas, como nivelamento em relevos acidentados, em que usando o nivelamento geométrico tradicional seria difícil de resolver.

Seria importante repetir os experimentos assim que houver um modelo matemático de interpolação das anomalias de altitude, para se verificar se realmente a diferença entre quase-geoide e geoide não influencia nos resultados finais.

REFERÊNCIAS

- ARANA, D. et al. Hybrid Geoid Model: Theory and Application in Brazil. **Anais da Academia Brasileira de Ciências**, v. 89, n. 3, p. 1943–1959, set. 2017.
- ARANA, J. M. **INTRODUÇÃO A GEODÉSIA FÍSICA**. Presidente Prudente: FCT-UNESP, 2009.
- BARONI, L.; NETTO, S. **Topografia Aplicada a Levantamentos Terrestres**, 2017. (Apostila)
- CAMARGO, F. et al. Avaliação da acurácia posicional da base cartográfica do município de São José dos Campos (SP) por análises de tendência e precisão. 2007.
- GALO, M.; CAMARGO, P. Utilização do GPS no controle de qualidade de cartas. 1994.
- GEMAEL, C. **Introdução à Geodésia Física**. Curitiba: Ed. da UFPR, 2002.
- IBGE. **REAJUSTAMENTO DA REDE ALTIMÉTRICA COM NÚMEROS GEOPOTENCIAIS**, 2019.
- JEKELI, C. Heights, the Geopotential, and Vertical Datums. nov. 2000.
- MONICO, J. et al. ACURÁCIA E PRECISÃO: REVENDO OS CONCEITOS DE FORMA ACURADA. 2009.
- MOREIRA, L. A.; KRUEGER, C. P. Análise de precisão e acurácia de métodos de posicionamento em tempo real na determinação de desníveis. **Revista Brasileira de Geomática**, v. 8, n. 1, p. 003–025, 10 jul. 2020.
- MORITZ, H.; HOFMANN-WELLENHOF, B. **Physical Geodesy**. 2. ed., Springer Wien New York, 2006.
- NICACIO, E. Alternativa para determinação de altitudes normais-ortométricas na Amazônia legal brasileira. 2017.
- NICACIO, E.; DALAZOANA, R. Comparação entre abordagens absoluta e relativa em determinações altimétricas baseadas em observações GNSS e Modelos Globais do Geopotencial. **Revista Brasileira de Cartografia**, v. 70, n. 1, p. 1–39, 31 mar. 2018.
- ZANETTI, Maria. Geodésia. Curitiba, 2007. (Apostila).