

ALGORITMO GENÉTICO COM SELEÇÃO SEXUAL

Lucas Vale F. da Silva¹

Allan Vilar de Carvalho¹

Alisson Patrick Medeiros de Lima¹

Ygor Alcântara de Medeiros¹

Wellington Candeia de Araujo²

RESUMO

Algoritmos Genéticos-AG têm problemas muito conhecidos pela literatura, principalmente no que diz respeito a falta de variabilidade genética ao longo das gerações, ou seja, o algoritmo converge prematuramente para soluções subótimas mas também podemos identificar uma alta variância quanto a solução encontrada após várias execuções. Um algoritmo genético clássico executado em um espaço de busca simples tende a alcançar um padrão de soluções simples onde os descendentes são muito semelhantes aos seus pais. Esta limitação faz com que os algoritmos genéticos tenham um desempenho abaixo dos demais algoritmos baseados em heurísticas. Uma tentativa de resolver esse problema é implementar a seleção sexual, descrita por Darwin no livro A Origem das Espécies, como forma de melhorar seu desempenho na tentativa de encontrar o ótimo desejado, mas também melhorar a sua variância quanto a solução encontrada ao fim de várias execuções.

Palavras-chave: Algoritmos Genéticos. Otimização. Variância. Seleção Sexual.

¹ Graduando em Bacharelado em Ciência da Computação pela Universidade Estadual da Paraíba (UEPB).
E-mail: valelucas1@gmail.com

² Professor doutor na Universidade Estadual da Paraíba - Patos. E-mail: wcandeia@uepb.edu.br

1 INTRODUÇÃO

Algoritmos genéticos são técnicas de otimização computacional baseadas nos princípios da seleção natural e na genética. Esses atributos encontrados na teoria da evolução, tornam o algoritmo genético um eficiente modelo computacional para busca de soluções em problemas de otimização através da simulação de processos evolutivos (GOLDBERG,1989).

A seleção sexual não depende da disputa com existência de outros seres organizados, ou as condições do ambiente, mas da competição entre indivíduos de um sexo, primariamente machos, para assegurar a posse do outro sexo (DARWIN,1859).

Apesar disso, os algoritmos genéticos base tem problemas conhecidos como falta de variabilidade genética, alto desvio padrão e tendem a ficarem presos em ótimos locais. Como forma de contornar essas limitações, foi introduzido novo operador genético, a seleção sexual. A seleção sexual justifica-se por ser uma característica presente na teoria da evolução que não é levada em conta no algoritmo genético convencional.

Este trabalho está organizado da seguinte forma: a seção II apresenta a importância da seleção sexual para a diversificação da genética no ambiente, a seção III apresenta o Algoritmo genético padrão, a seção IV Apresenta as mudanças propostas na implementação do Algoritmo Genético com Seleção Sexual (AGSS), na seção V a configuração para os testes a serem realizados, na seção VI os resultados obtidos e por fim na seção VII as conclusões.

2 IMPORTÂNCIA DA SELEÇÃO SEXUAL

A seleção sexual foi vista por muitas vezes como uma característica intrínseca a seleção natural e em grande parte irrelevante para as questões centrais na biologia, entre elas, a especiação, diversidade entre os indivíduos, e adaptações complexas (CRONIN,1991).

Essa visão tradicional parece não refletir a realidade, já que podemos observar o fato de que a taxa mais complexa, diversificada e elaborada na terra advém da escolha de um companheiro. Uma característica comum aos animais e as plantas é que ambos experimentam algum tipo de seleção sexual na escolha do indivíduo ao qual irão relacionar-se, ou seja, seu companheiro (CRONIN,1991), (DARWIN,1859).

Tendo em vista, a seleção sexual passou a ser um fator importante no entendimento de como as populações desenvolvem indivíduos complexos e adaptados, uma forma de entender esse desenvolvimento foi proposto por (ELDREDGE,1985), (ELDREDGE,1986), (ELDREDGE,1989), que desenvolveu um modelo geral da evolução baseado numa hierarquia genealógica, compostos por genes, organismos, espécies entre outros.

Os fenótipos nesse ponto de vista são compostos por duas características específicas: “Características econômicas ”, que estão ligadas diretamente a seleção natural com a hierarquia ecológica e “características evolutivas” que estão ligadas a seleção sexual para lidar com outras entidades, por exemplo, parceiros em potencial.

Diante disso, (ELDREDGE,1989) enfatiza que a relação entre o sucesso econômico e o sucesso evolutivo podem ser bem fracas e que essas relações podem inclusivamente não ser tão favorável a otimização geral. Em contrapartida não desconsidera a possibilidade de haver uma evolução dinâmica que ocorre dentro da hierarquia ecológica.

Assim, mesmo em sua revisão totalitária da teoria macro evolutiva (ELDREDGE,1989) tem dado espaço para a possibilidade autônoma e adaptativa da seleção sexual e a interação adaptativa, a fim de melhorar a evolução, entre a seleção sexual e a seleção natural.

Considerando-se isto o ponto crucial é tornar a seleção sexual importante para ambos os papéis: como processo evolutivo potencialmente autônomo dentro da diversidade ecológica e como um potencial complemento para a seleção natural.

3 ALGORITMO GENÉTICO

Algoritmos Genéticos são uma técnica de otimização baseada numa metáfora de processos biológicos e genéticos da evolução natural. Os algoritmos genéticos são técnicas de heurísticas de otimização global. Seguindo a ideia de evolução nos algoritmos genéticos uma determinada população de indivíduos é sujeita a determinados operadores genéticos: seleção, crossover e mutação.

Esses operadores usam uma característica baseada no nível de adaptação do indivíduo em relação ao ambiente ao qual os mesmos estão inseridos, para entender melhor como se dá essa evolução podemos resumi-las nos seguintes passos:

- a) Inicialmente escolhe-se uma população inicial de indivíduos normalmente aleatória;
- b) Avalia-se toda a população de indivíduos, a partir de algum critério, normalmente uma função (“fitness”) matemática ligada ao domínio do problema, onde cada indivíduo é avaliado a partir de sua qualidade;
- c) Por conseguinte, selecionam-se os melhores indivíduos através do operador de seleção que servirá como base para a criação de um novo conjunto de possíveis soluções, ou seja, a nova população;
- d) Esta nova população é obtida através do operador de cruzamento entre os indivíduos selecionados anteriormente e este cruzamento (“crossover”) se dá através da combinação de genes entre os indivíduos selecionados, usualmente dois;
- e) Após a geração da nova população é aplicado o operador de mutação, onde um indivíduo na nova população é escolhido aleatoriamente e suas características são alteradas de forma também aleatória;
- f) Esses passos são repetidos até que a condição de parada seja aceita, geralmente a otimização seja concluída, ou através de uma quantidade de iterações definida inicialmente;



Figura 1 – Fluxograma do Algoritmo Genético

4 ALGORITMO GÊNÉTICO E SELEÇÃO SEXUAL

O novo algoritmo proposto introduz diversas modificações em relação ao algoritmo genético base apresentado em (GOLDBERG,1989). Seguindo a ordem de como se dá o algoritmo genético serão detalhadas como essas modificações são implementadas.

4.1 População Inicial

A população inicial se dá de forma parecida ao algoritmo genético base, onde, a população é escolhida de forma aleatória sendo levado em consideração o domínio do problema, para esta fase do AG propusemos duas mudanças quanto a formação da população inicial.

4.2 Definição de Sexo

Cada indivíduo a partir de agora também estará contido em suas características a sua sexualidade. Esta sexualidade se dividirá entre macho e fêmea:

- a) Macho será identificado no algoritmo pelo uso do bit 1;
- b) Fêmea será identificada no algoritmo pelo uso do bit 0;

Dessa forma podemos visualizar melhor como ficará essa representação em um vetor de machos e fêmeas na Fig. 2.

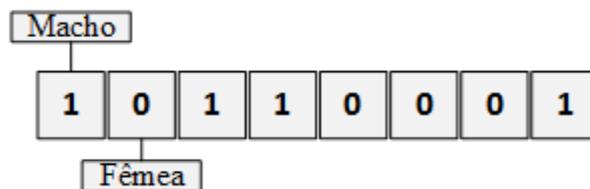


Figura 2 – Vetor demonstrado a sexualidade de cada cromossomo

4.3 Definição do Fator de Atratividade

Esse valor será necessário para estabelecer a seleção de forma sexual, ou seja, os indivíduos com maior valor de atração serão escolhidos quando houver seleção sexual.

Para avaliar a afinidade entre a fêmea e os machos, ou o grau de ligação, entre os indivíduos selecionados na seleção sexual, utilizaremos dois tipos de distâncias. Matematicamente a atratividade entre uma fêmea e um macho está relacionada à distância entre eles, que pode ser estimada através de qualquer medida de distância (similaridade) entre (os vetores utilizados para representar) o macho e a fêmea.

Neste contexto, um bom exemplo é a distância Euclidiana que é usada para medir a distância ou a similaridade em representações numéricas e distância de *Hamming*, usada para medir a distância ou a similaridade em representações binárias.

Na distância Euclidiana, se as coordenadas do macho forem dadas por $macho = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ e as coordenadas da fêmea forem dadas por $femea = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, então a distância D entre esses dois cromossomos pode ser medida pela Equação (1):

$$D = \sqrt{\sum_{i=1}^n (femea(x_i) - macho(x_i))^2} \quad (1)$$

No caso da distância de *Hamming*, se as coordenadas do macho forem dadas, por exemplo, $macho=(1,0,1,0,1)$ e as coordenadas da fêmea forem dadas, por exemplo, $femea=(0,0,1,0,1)$, então a distância D entre esses dois cromossomos pode ser medida pela Equação (2):

$$D = \sum_{i=1}^n \delta_i, \text{ onde } \delta = \begin{cases} 1 & \text{se } macho(i) \neq femea(i) \\ 0 & \text{outros casos} \end{cases} \quad (2)$$

4.4 Cruzamento

O cruzamento se dará também de forma parecida ao que encontramos no GA base, apenas levaremos em consideração agora as duas modificações expostas anteriormente, a atratividade e a sexualidade, ou seja, a partir de agora além de cruzarmos os dois indivíduos levando em consideração apenas o vetor de genes, teremos que levar essas duas novas características na hora do cruzamento.

Após a seleção dos dois indivíduos, a fase de cruzamento também levará em consideração o fator de atração ao cruzar os dois indivíduos. Este cruzamento dependerá de qual tipo de reapresentação foi utilizada para representar esta característica.

Na representação binária podemos ter diversas formas de cruzamento, todas essas, já apresentadas no GA base, como por exemplo, cruzamento de um ponto,

cruzamento de dois pontos e cruzamento uniforme que podem ser encontradas em (GOLDBERG, 1989). O mesmo ocorre na representação numérica, podemos encontrar diversas formas de realizar este cruzamento, entre eles temos, o cruzamento aritmético, cruzamento flat que podem ser encontradas em (GOLDBERG,1989).

4.5 Seleção Sexual

Uma nova característica agora será levada em consideração, a probabilidade de seleção sexual, que pode variar de acordo com as necessidades e pressão do ambiente, esse fator será determinístico para decidirmos se haverá seleção sexual ou seleção natural, no trabalho proposto iremos iniciar nossa pesquisa com uma taxa de probabilidade de seleção sexual fixa em 20, 30 e 40% ou seja, em 20,30 ou 40% dos casos gerais de seleção poderá ocorrer a seleção sexual.

Caso a seleção sexual ocorra, o que será levado em consideração para a escolha de quais cromossomos participarão da fase de cruzamento será a maior atratividade de um determinado macho em relação a fêmea, ou seja, dois machos disputarão entre si a “atenção” da fêmea (atratividade), que será calculada, utilizando das funções descritas anteriormente.

Neste sentido, a fêmea é selecionada de forma aleatória com a finalidade de garantir a nova população uma variância genética, ou seja, uma melhor disposição no espaço de busca que não seja tão influenciado apenas pela seleção sexual, como ocorre, no AG base. Caso a seleção sexual não ocorra, o macho e a fêmea serão selecionados utilizando os métodos de seleção natural padrão. Para entender melhor como se dá essas mudanças podemos resumi-las nos seguintes passos:

- a) Inicialmente escolhe-se uma população inicial de indivíduos com distribuição aleatória;
- b) Define-se o sexo de cada cromossomo;
- c) Avalia-se toda a população de indivíduos, a partir de algum critério, normalmente uma função matemática ligada ao domínio do problema, onde cada indivíduo é avaliado a partir de sua qualidade (“fitness”);
- d) Testa se a probabilidade de seleção sexual é aceita, se não ocorre a seleção natural como já acontece no GA padrão;
- e) Caso ocorra a seleção sexual, seleciona-se uma fêmea aleatoriamente para fazer parte desta nova seleção e também de forma aleatória seleciona dois machos. Calcula a atratividade da fêmea para cada macho

usando as funções descritas anteriormente e seleciona o macho com maior atratividade;

- f) Caso ocorra a seleção natural, por conseguinte, selecionam-se os melhores indivíduos para a criação de um novo conjunto de possíveis soluções, ou seja, a nova população;
- g) Esta nova população é obtida através do operador de cruzamento entre os indivíduos selecionados anteriormente e este cruzamento (“crossover”) se dá através da combinação de genes entre os indivíduos selecionados, geralmente dois;
- h) Após a geração da nova população é aplicado o operador de mutação, onde um indivíduo na nova população é escolhido aleatoriamente e suas características são alteradas de forma aleatória;
- i) Esses passos são repetidos até que a condição de parada seja aceita, geralmente a otimização seja concluída, ou através de uma quantidade de iterações definida inicialmente.

4.6 Pseudocódigo

```
begin  
inicializa os parâmetros  
pop ← população inicial (parâmetros)  
vetFitness ← avaliaPop(pop)  
vetsexo ← definir sexo ()  
while(condição)  
    contpop=0;  
    tampo = length(pop)  
    while (contpop != tampo) do  
        se (probseleçãosexual)  
            femea = selecionarfemea(pop)  
            macho = selecionarmacho(pop)  
        else  
            femea = selecaonatural(pop)  
            macho = selecaonatural(pop)  
        endse  
        newpop = cruzamento(femea, macho)  
        vetFitness ← avaliaPop(pop)  
        contpop = contpop + 1  
    endwhile  
    pop = newpop  
    vetsexo ← definir sexo ()  
    pop ← mutacao(pop)  
endwhile  
end
```

Figura 3 – Pseudocódigo

5 CONFIGURAÇÃO PARA TESTE

O AGSS tem como base o AG padrão, logo as principais características que são comuns aos dois servirão como base para os testes, como por exemplo, o tamanho da população, a probabilidade de cruzamento entre outros. A principal mudança ocorrerá apenas no AGSS, onde a probabilidade de seleção sexual (μ) será definida de forma empírica em 20, 30 e 40%, com a finalidade de estabelecermos parâmetros de testes iniciais deste trabalho. A Tabela I apresenta as configurações para os testes:

Tabela 1 - Configuração usada nos testes

Parâmetros	Valores
Tamanho da população (N)	100
Probabilidade de cruzamento	90%
Critério de parada	50.000 iterações
Número de execuções	100
Tamanho da população (N)	100
Probabilidade de cruzamento	90%
Probabilidade de seleção sexual (μ)	20%, 30%, 40%
Número de machos selecionados	2

Fonte: Elaborado pelos autores

5.1 Funções para teste

Os experimentos foram realizados em funções de minimização multimodais e unimodais, que são amplamente utilizadas pela literatura para medir a eficiência de algoritmos voltados para otimização (JAMIL,2013). A Tabela 2 apresenta as funções de benchmark utilizadas nos testes.

Tabela 2 - Funções Benchmark

Função	F	Dimensão	Intervalo
Sphere $f(x_1)$	$f_{sphere} = \sum_i^n = 1x_i^2$	30	[-30; 30]
Rosenbrock $f(x_2)$	$f_{rosenbrock} = \sum_{i=1}^{d-1} [100(x_{i+1} - x_i)^2 + 1(x_i - 1)^2]$	30	[-30; 30]
Ackley $f(x_3)$	$f_{ackley} = -a \exp\left(-b \sqrt{\frac{1}{d} \sum_{i=1}^d x_i^2}\right) - \exp\left(\frac{1}{d} \sum_{i=1}^d \cos(cx_i)\right) + a + \exp$	30	[-32; 32]
Griewank $f(x_4)$	$f_{griewank} = \frac{1}{4000} \sum_{i=1}^N x_i^2 - \prod_{i=1}^N \cos\left(\frac{x_i}{\sqrt{i}}\right) + 1$	30	[-600; 600]
Rastrigin $f(x_5)$	$f_{rastrigin} = \sum_i^N x^2 - 10 \cos(2\pi x_i) + 10$	30	[-5.12; 5.12]
Schwefel $f(x_6)$	$f_{schwefel} = - \sum_{i=1}^N (x_i \sin(\sqrt{ x_i }))$	30	[-500; 500]

Fonte: Elaborado pelos autores

6 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Este experimento tem por objetivo demonstrar os resultados obtidos a partir de testes em funções unimodais e multimodais, que tem por finalidade medir a eficiência de algoritmos em otimização e busca global. Os algoritmos comparados neste trabalho serão: Algoritmo Genético padrão-AG (GOLDBERG,1989) e o algoritmo proposto neste trabalho, o Algoritmo Genético com Seleção Sexual-AGSS.

Uma das formas mais utilizadas para analisar o desempenho de um algoritmo é analisar o resultado obtido na tentativa de convergir para ótimo desejado, pois com esta análise podemos visualizar se o algoritmo se comporta de maneira desejada no decorrer das iterações.

Outra determinante importância ao fazer esta análise está ligada ao fato de podermos identificar pontuais problemas que podem vir a acontecer durante a execução, como por exemplo, lenta convergência para o mínimo global, rápida convergência para mínimos não locais que não são soluções factíveis ou até mesmo o caso de a convergência não acontecer.

Como podemos observar o Algoritmo Genético com Seleção Sexual (20%-AGSS20, 30%-AGSS30 e 40%-AGSS40), se comporta de forma mais satisfatória no decorrer de sua execução, do que o Algoritmo Genético Padrão- AGPadrão, pois além de demonstrar uma rápida convergência, também se mostra mais eficiente em localizar o mínimo global como podemos ver na Figura 4.

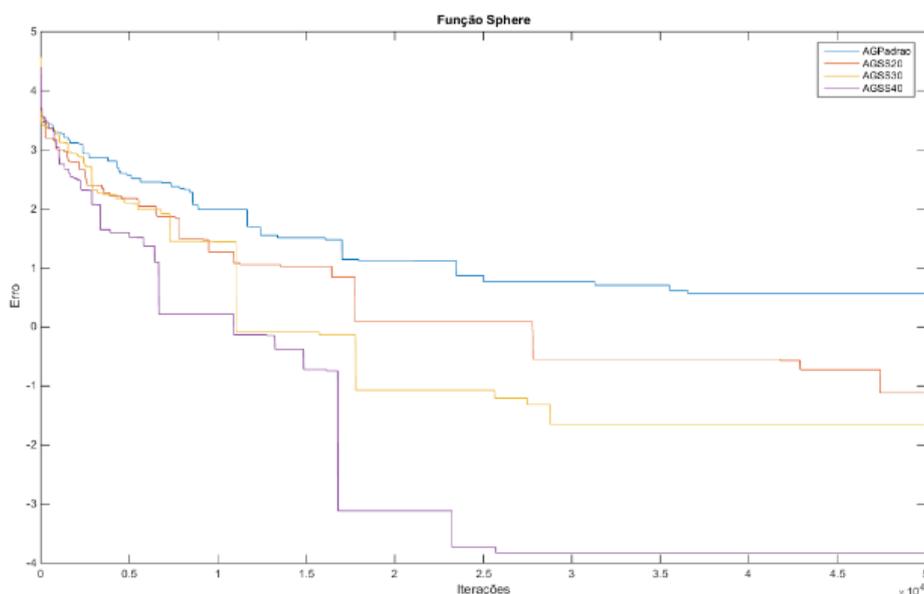


Figura 4 – Gráfico de convergência, representação na base log 10.

Outra forma utilizada para medir o desempenho de um determinado algoritmo de otimização é analisar o seu comportamento no decorrer de um número n de execuções. Observando a Figura 5, podemos notar diversos picos quanto aos resultados obtidos ao fim de cada execução com o AG-Padrão; esses picos se refletem em uma alta variância quanto ao resultado encontrado no fim de cada execução.

Em adição, diferentemente do problema descrito anteriormente o AGSS se comportou de forma melhorada, pois além de diminuir o valor do mínimo encontrado a cada execução, também, a sua variância quanto aos resultados obtidos ao fim das 50 execuções se demonstrou extremamente diminuída, principalmente o AGSS40 com probabilidade de seleção sexual de 40%.

O estudo do desvio padrão permite entender a variação quanto aos resultados obtidos ao fim de uma determinada pesquisa; analisar tal variância pode ser importante para identificar possíveis problemas ligados a variância dos resultados obtidos ao fim dos testes. Na Figura 5 podemos visualizar os resultados obtidos ao fim de 50 execuções do algoritmo proposto neste trabalho ante o algoritmo genético padrão.

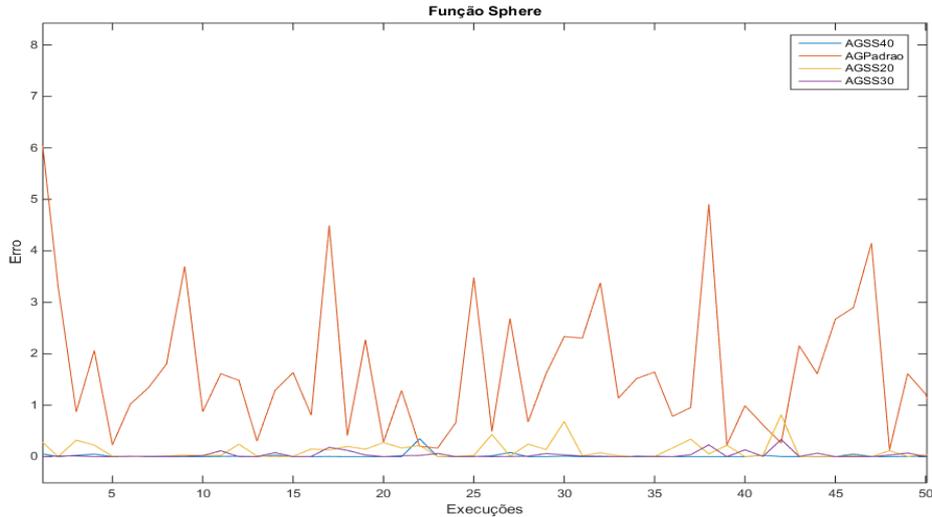


Figura 5 – Gráfico de resultados de mínimos obtidos ao fim de 50 execuções.

Observando a Tabela 3, podemos observar que o AGSS e suas variações apresentaram uma grande melhora quanto aos resultados obtidos no desvio padrão, ou seja, a variância dentre os resultados dos mínimos encontrados ao fim de cada execução. Nas funções, Rastrigin e Ackley, o AGSS e suas variantes, apresentou uma diminuição no desvio padrão considerável, exceto na função Schwefel, em que o AGSS com $\mu=30\%$ apresentou um resultado não satisfatório em comparação com o padrão.

Ademais, o mesmo ocorreu na função Rosenbrock: quando analisados os resultados não identificamos uma melhora considerável, onde o AGSS apresentou resultados semelhantes ao algoritmo genético padrão.

Tabela 3 - Resultados

F	Algoritmo Base	Algoritmo Modificado		
		$\mu = 20\%$	$\mu = 30\%$	$\mu = 40\%$
$f(x_1)$	1.6689740238199	0.2366451743863	0.0633208873259	0.0388170136220
$f(x_4)$	0.2526782334652	0.1269803876047	0.1507366119610	0.0850281074248
$f(x_5)$	0.6879234498125	0.3748265714045	0.1300261980679	0.14503943660161
$f(x_6)$	6.1839601610822	2.2441000481104	10.8729008062001	1.3698493859005
$f(x_3)$	0.3124280958102	0.1025724580932	0.0683186196968	0.0407176739090
$f(x_2)$	4.591953023e+02	4.015654883e+02	4.0373406428e+02	4.3207478325e+02

Fonte: Elaborado pelos autores

Pior média e melhor são chamadas estimativas pontuais pois correspondem a um único valor que estima características de um grupo sob estudo. A Tabela IV demonstra os resultados obtidos ao fim de 50 execuções, onde, os algoritmos em comparação são o AGSS e suas variações e o Algoritmo genético padrão. Em todas as funções testadas nesse trabalho foram encontradas melhoras nas estimativas propostas na Tabela 4, frisando para o que ocorre com o AGSS com $\mu=40\%$, que se demonstra ao fim dos testes com os melhores resultados obtidos.

Tabela 4 - Pior, Média e Melhor Solução Encontrados nos Testes Após 50 Execuções

F		$f(x_1)$	$f(x_4)$	$f(x_5)$	$f(x_6)$	$f(x_3)$	$f(x_2)$	
Algoritmo Base	Pior	8.123864000	1.115733000	3.436072000	35.46682000	1.3283200000	3.66520e+03	
	Média	1.962405779	0.794359000	1.175666760	5.715196659	0.5183435100	5.6173e+02	
	Melhor	0.043272000	0.183118000	0.155470000	0.023373000	0.0698750000	1.88487e+02	
Algoritmo Modificado	$\mu = 20\%$	Pior	1.582730000	0.610018000	1.997588000	12.40587500	0.6451180000	3.02536e+03
		Média	0.147678080	0.187370500	0.199196080	1.766385270	0.1093780000	2.66833e+02
		Melhor	1.110000e-0	0.035114000	2.48000e-04	3.82000e-04	0.0017430000	49.28177400
	$\mu = 30\%$	Pior	0.333594000	1.009234000	0.643281000	1.0609e+02	0.4262040000	2.68659e+03
		Média	0.031583340	0.156628920	0.074495480	2.660981360	0.0474823700	4.03734e+02
		Melhor	1.11000e-07	0.017508000	1.00000e-06	3.82000e-04	3.000000e-05	39.79360300
$\mu = 40\%$	Pior	0.346682000	0.353853000	0.145039436	9.527617000	0.3062250000	2.87335e+03	
	Média	0.010702250	0.119015540	0.033268860	0.741226330	0.0202699600	1.85298e+02	
	Melhor	1.1100e-08	1.10000e-05	1.00000e-07	3.82000e-04	3.000000e-06	15.50647300	

Fonte: Elaborado pelos autores

7 CONCLUSÕES PARCIAIS

Este artigo apresenta o novo Algoritmo Genético e Seleção Sexual (AGSS), com uma estrutura básica para uma nova forma de implementação do Algoritmo Genético padrão. Introduzimos a ideia de seleção sexual através do nível de atração de uma fêmea para os machos selecionados da população.

O AGSS é um modelo genérico de algoritmo que pode ser modificado a partir das necessidades que o problema exigir, por exemplo, a taxa de seleção sexual, que neste trabalho está definida para fim de testes iniciais em 20%, 30% e 40%, pode ser alterada a fim de encontrar uma taxa que mais se adeque a determinados problemas. Outro exemplo pode ser a auto adaptação da taxa de seleção sexual.

Com a inserção da seleção sexual no algoritmo genético base, comprovaram-se por meio de testes de validação, melhorias significativas no algoritmo genético base, tanto na média das soluções encontradas a cada execução quanto no desvio padrão calculado ao fim de 50 execuções.

Ficando para estudos futuros, projeto auto adaptativo da taxa de seleção sexual que pode variar assim influenciando na pressão seletiva do ambiente. O método de seleção determinística para a fêmea e para os machos segue como sugestão já que neste trabalho são escolhidos de forma aleatória.

REFERÊNCIAS

GOLDBERG, D. E. (1989): **Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning**. Reading, Massachusetts, Addison-Wesley.

DARWIN, C. (1859). **On the origin of species**, 1st Ed. London: John Murray.

CRONIN, H. (1991). **The ant and the peacock**: Altruism and sexual selection from Darwin to today. Cambridge: Cambridge Univ. Press.

DARWIN, C. (1871). **The descent of man, and selection in relation to sex**. London: John Murray.

ELDREDGE, N. (1985). **Unfinished synthesis**: Biological hierarchies and modern evolutionary thought. New York: Oxford U. Press.

ELDREDGE, N. (1986). **Information, economics, and evolution**. Ann. Review of Ecology and Systematics, 17, 351-369.

ELDREDGE, N. (1989). **Macroevolutionary dynamics**: Species, niches, and adaptive peaks. New York: McGraw-Hill.

JAMIL, M. and Yang, X. “**A literature survey of benchmark functions for global optimization problems**”, Int. Journal of Mathematical Modelling and Numerical Optimisation, Vol. 4, No. 2, pp. 150–194 (2013).