

ISSN 2236-6717

ANÁLISE BI E TRIDIMENSIONAL DE EDIFÍCIO DE CONCRETO ARMADO SOB OS EFEITOS DINÂMICOS DO VENTO

MONTEIRO, M. A. S.¹ http://lattes.cnpq.br/1939180222119572

RESUMO

Em virtude de melhor aproveitamento dos espaços, a tendência mundial é construir edifícios cada vez mais altos. Na mesma proporção em que cresce a utilização desses tipos de construções, intensifica-se ainda mais a necessidade de se considerar a análise dos efeitos das ações dinâmicas do vento, devido à alta esbeltez, leveza e flexibilidade apresentadas. Nesse contexto, o escopo deste trabalho é analisar os efeitos do vento dinamicamente numa abordagem 2D e 3D de um edifício de concreto armado. As ações do vento são representadas por dois modelos matemáticos, que utilizam funções temporais que simulam as rajadas de vento por meio de pulsos triangulares consecutivos. Tais modelos são: Modelo de Aguilera (2007) e Modelo de Viana e Araújo (2009). Para a realização deste trabalho é utilizado um software de método dos elementos finitos, o SAP2000, versão 14. Em decorrência dos resultados apresentados pelas análises estáticas e dinâmicas, a análise do modelo tridimensional mostra-se ser imprescindível, pois no 3D, a estrutura exibe os maiores deslocamentos e esforços encontrados.

Palavras-chave

Ações dinâmicas; rajadas de vento; pulsos triangulares consecutivos; e método dos elementos finitos.

Submetido em: 30/06/2024 - Aprovado em: 05/08/2024 - Publicado em: 05/08/2024

Bacharel em Engenharia Civil, pela Universidade Federal do Ceará – UFC (2013); Pós-Graduada em Engenharia de Segurança do Trabalho, pela Universidade Federal do Rio de Janeiro – UFRJ (2016); Pós-Graduada em Política e Estratégia, pela Associação de Diplomados da Escola Superior de Guerra do Amazonas - ADESG/AM (2018); Pós-Graduada em Gestão de Projetos, pela Universidade de São Paulo – USP (2020); e Pós-Graduanda em BIM - Projetos Paramétricos e Design Digital aplicados à Construção Civil, pela Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais (PUC-MINAS) (2023-atual).



TWO- AND THREE-DIMENSIONAL ANALYSIS OF A REINFORCED CONCRETE BUILDING UNDER THE DYNAMIC EFFECTS OF WIND

ABSTRACT

In order to improve the use of space, there is a global tendency to construct higher buildings more and more. In the same proportion that the use of these kinds of construction increases; the need for considering an analysis from the dynamics effects caused by wind's loading becomes more intense due to the high slenderness, lightness and flexibilities presented. In this sense, the scope of this work is to analyze the wind's effects dynamically, in both 2D and 3D approaches, of a building made of reinforced concrete. The wind actions are represented by two mathematics models, which utilize temporal functions that simulate the blast by means of consecutive triangular pulses. Such models are: Aguilera's model (2007) and Viana and Araújo's model (2009). In order to accomplish this work, a finite element method software was used, SAP2000, 14th version. Due to the results presented by the statics and dynamics analyses, the evaluation of the tridimensional model demonstrates to be indispensable; cause in 3D, the structure has the highest displacements and efforts verified.

Keywords

Dynamics effects; blast; consecutive triangular pulses; and finite element method.

1 INTRODUÇÃO

Em construções altas de concreto armado com elevada esbeltez e leveza, os efeitos causados pela ação dinâmica do vento podem ser bastante danosos. Em situação de incidência de vento com rajadas em baixa frequência, esse tipo de estrutura pode sofrer consequências ainda mais desastrosas, caso em que a frequência natural da mesma se aproxima da frequência de excitação, configurando-se um estado ressonante (VIANA, 2008).

Neste contexto, a importância do estudo das ações do vento em edifícios altos, assim como suas implicações, é de grande valia em virtude de seus efeitos dinâmicos, geralmente, causarem na estrutura deslocamentos, velocidades e acelerações, que por sua vez, produzem forças de inércia, elásticas e de amortecimento. Dependendo da magnitude, tais ações devem ser previamente consideradas em projeto, a fim de não acarretar prejuízos às estruturas, como fissuras, vibrações, deslocamentos excessivos, e consequentemente, desconforto aos usuários, e em última instância, instabilidade na estrutura do edifício.

Um problema decorrente das ações do vento, diz respeito ao estado limite de serviço da estrutura, quanto ao surgimento de deslocamentos horizontais. Em casos de deslocamentos excessivos, a sensibilidade dos ocupantes do edifício poderá ser afetada, podendo causar, portanto, desconforto aos usuários. Analisando-se o estado limite último, persistindo-se na estrutura esses efeitos perturbadores, o tempo de vida útil poderá diminuir, e entre outros parâmetros, a estrutura possivelmente irá ingressar em estado de ruína.

Ao longo da história, os acidentes ocorridos devido às ações destrutivas do vento sobre edificações despertam a maior preocupação por parte de profissionais, como engenheiros e pesquisadores para a importância do tema em construções civis.

Para tanto, durante muitas décadas sucederam-se muitos estudos com o propósito de simular os efeitos dinâmicos do vento em estruturas. No final do século XIX, iniciaram-se estudos sobre as ações dinâmicas do vento através de pesquisas experimentais em túnel de vento desenvolvido por Kernt e Mann, respectivamente em 1891 e 1894, utilizando-se sólidos geométricos, como por exemplo, cones e cilindros (TREIN, 2005).

Também na mesma época, Eiffel em 1894, para a construção da Torre Eiffel, ensaiou estatisticamente modelos reduzidos com diversas formas geométricas, a fim de compreender como atuava o vento nestes modelos. Em estudos aerodinâmicos, o túnel de vento idealizado por Prandlt, em 1908, foi também um importante acontecimento para a evolução do estudo do vento, cujo conceito da mecânica dos fluidos de camada limite foi introduzido.

Provavelmente, ainda na década de 30, foi apresentado o primeiro método racional para determinar os efeitos dinâmicos das rajadas, idealizado por Raüsch em 1933, fundamentado em estudos estatísticos de Föppl. Na época, o método foi incorporado à norma alemã. Conforme esse estudo, quando surge uma rajada de vento, a pressão dinâmica média, \bar{q} , cresce subitamente, permanece constante em um pequeno intervalo de tempo, e volta a cair para \bar{q} . Com o passar do tempo surgem outros modelos para as rajadas que aumentam ou diminuem o valor da pressão dinâmica, mas sempre voltando a \bar{q} (BLESSMANN, 1998).

Em 1940, poucos meses após a inauguração, ocorreu o colapso da Ponte de Tacoma Narrows (Figura 1), localizada sobre o Estreito de Tacoma, em Washington, Estados Unidos. Considerado um marco na história do estudo das ações dinâmicas do vento, o fato configurou um exemplo para não ser repetido, incentivando-se a realização de mais pesquisas na área. Esta ponte colapsou sob o efeito da ressonância devido sua enorme falta de rigidez transversal e torcional. No instante da ruína da ponte, a velocidade do vento atuante estava em torno de 65 km/h, sendo esta inferior à de projeto (SILVA e BECK, 2012).



Figura 1 - Ponte de Tacoma Narrows.

Fonte: www.cesterandco.com.

No Brasil, o episódio mais conhecido e similar ao acontecido à Ponte de Tacoma, mas não catastrófico, foi o caso da Ponte Rio-Niterói, que por diversos momentos esteve fechada durante a ocorrência de ventos com velocidades próximas a 50 km/h. Seu ano de inauguração foi 1974 (BATTISTA e PFEIL, 2010).

No final da década de 50, em 1957, estudos mostraram o efeito turbulento do vento através da utilização do espectro de Van Der Hoven, possibilitando assim abordar o comportamento dinâmico da pressão do vento em edifícios (VAN DER HOVEN, 1957).

A década de 60 marcou os primeiros ensaios experimentais em túnel de vento para fins de projeto. No Brasil, Blessmann em 1960 deu início aos ensaios no Instituto Nacional de Tecnologia do Rio de Janeiro e no Centro Técnico Aeroespacial de São Paulo. Blessmann (2007) explica que submeteu grelhas e telas curvas convenientemente dimensionadas a uma simulação parcial das características do vento natural. Em 1964, o mesmo estudioso realizou esses experimentos em modelos de edifícios, obtendo resultados preocupantes no tocante aos valores de sucção do vento que eram bem maiores que os expostos pelas normas da época. Atualmente, Joaquim Blessmann é considerado o maior especialista em ventos da América do Sul. Em meados desta mesma década foram realizados outros ensaios em túnel de vento de grande importância, como o que foi feito para o projeto do edifício World Trade Center, em Nova Iorque. Nessa ocasião, projetistas estruturais começaram a considerar no cálculo das forças de vento parâmetros intrínsecos da estrutura como: rigidez, fator de amortecimento e distribuição de massas.

Anos mais tarde, dando continuidade ao estudo do espectro turbulento, Davenport em 1965, por meio de método probabilístico, deu importante contribuição aos estudos estáticos e dinâmicos, apresentando o conceito de energia do vento. Conforme Ju e Choo (2005), Davenport, semelhante ao estudo de Raüsch, separa o vento natural em uma parte média e outra flutuante: os esforços pseudoestáticos correspondem à parte média do vento e os esforços dinâmicos, à parcela flutuante do vento.

No Brasil, Franco (1993) propôs o então chamado Método de Vento Sintético, que é uma ampliação do processo probabilístico de Davenport para a pressão do vento, de modo a obter os carregamentos dinâmicos por meio da técnica numérica de Monte Carlo.

Em 1997, a Torre Norte do Centro Empresarial das Nações Unidas da cidade de São Paulo é analisada por Franco a fim de comprovar a eficácia do Método de Vento Sintético. Os resultados foram comparados com os obtidos através da norma brasileira e com o software TQS, mostrando aproximação de resultados entre os métodos (FRANCO, 1997 *apud* CHÁVEZ, 2006).

2 REVISÃO DE LITERATURA

2.1 Introdução à Análise Dinâmica de Estruturas

Todas as estruturas, quando submetidas às cargas ou deslocamentos, comportam-se dinamicamente. As forças de inércia, a partir da segunda lei de Newton, são iguais ao produto da massa pela aceleração. Se as cargas ou deslocamentos forem aplicados de forma muito lenta, as forças de inércia podem ser desprezadas e uma análise estática de carga pode ser justificada.

No entanto, se o carregamento varia muito rapidamente com o tempo, como os casos sísmicos e as ações de vento, o carregamento é caracterizado como dinâmico. Esse tipo de carregamento tira a estrutura da sua condição de equilíbrio estático, ela se movimenta e seus componentes apresentam variações consideráveis de velocidades, estando sujeitos, portanto, a acelerações (ALVES FILHO, 2011).

Na análise de estruturas sujeitas a cargas dinâmicas, a presença das forças elásticas e de inércia geram o fenômeno de vibrações, muito ocorrido na maioria dos sistemas mecânicos.

2.1.1 Vibrações mecânicas

A vibração pode ser definida como um movimento de oscilação de um corpo em torno de sua posição de equilíbrio. Por sua vez, a frequência de um movimento vibratório é o número de oscilações completas, por intervalo de tempo. O pêndulo é o sistema mecânico mais simples e ilustra bem o movimento vibratório cujo período é o tempo que ele gasta para realizar uma vibração completa.

Cada sistema mecânico tem muitos frequências naturais, que teoricamente é infinito. Associado a cada frequência natural, ω_n , existe uma configuração espacial (modo) em que a estrutura tende a vibrar. A frequência natural de vibração ω_n de um sistema com *n* graus de liberdade é dada por

$$\omega_n = \frac{2\pi}{T_n} \tag{1}$$

Onde:

 T_n - é o período natural de vibração de um sistema com *n* graus de liberdade.

Existem dois tipos de vibrações: as vibrações livres e as forçadas. A vibração livre ocorre quando o movimento se mantém por forças restauradoras inerciais ou elásticas, como por exemplo, o movimento de vai-e-vem do pêndulo. A vibração forçada é causada por uma força externa periódica ou intermitentemente aplicada ao sistema. Ambos os tipos podem ser amortecidos ou não.

2.1.2 Equilíbrio dinâmico

As equações de movimento de um sistema com vários graus de liberdade podem ser estabelecidas a partir do equilíbrio das forças associadas a cada grau de liberdade. De uma forma geral, podem-se considerar aplicadas no grau de liberdade genérico *i*, quatro tipos de forças: as forças aplicadas exteriormente p(t)_i, as forças resultantes do movimento e que se dividem em forças de inércia, f_{li}, forças devido ao amortecimento, f_{Ai}, e forças de deformação elástica, f_{Ei}. Assim, o equilíbrio dinâmico para este grau de liberdade pode ser escrito na seguinte forma:

$$\{f_{I_i}\} + \{f_{A_i}\} + \{f_{E_i}\} = \{p(t)_i\}$$
(2)

onde a força elástica é definida pela relação entre a rigidez k e o deslocamento u(t); a força de amortecimento está relacionada pelo coeficiente de amortecimento e a velocidade $\dot{u}(t)$; e a força de inércia relaciona a massa m com a aceleração $\ddot{u}(t)$.

Cada um destes vetores de forças resultantes do movimento depende, portanto, das variáveis que descrevem o movimento, que são o deslocamento, a velocidade e a aceleração em cada grau de liberdade.

Para todos os graus de liberdade do sistema mecânico chega-se a seguinte equação de movimento:

$$[M] \{ \ddot{u}(t) \} + [C] \{ \dot{u}(t) \} + [K] \{ u(t) \} = \{ p(t) \}$$
(3)

Onde:

[K] - é a matriz de rigidez da estrutura relativa aos graus de liberdade considerados;

[C] - é a matriz de amortecimento referente aos graus de liberdade considerados; e

[M] - é a matriz de massa respectiva aos graus de liberdade considerados.

Caso não haja carga externa dinâmica aplicada ao sistema, a vibração é dita livre e a equação de movimento é dada por:

$$[M]{\ddot{u}(t)} + [C]{\dot{u}(t)} + [K]{u(t)} = \{0\}$$
(4)

2.1.3 Análise modal

A análise modal consiste na determinação dos parâmetros dinâmicos da estrutura, que são: frequências naturais com seus respectivos modos de vibração e fatores de amortecimento. As frequências naturais surgem quando a estrutura vibra livremente, ou seja, sem a ação de forças externas. Um modo de vibração é uma configuração do sistema segundo a qual este pode oscilar, mantendo-se constante a relação entre os deslocamentos dos diversos pontos da estrutura (CLOUGH e PENZIEN, 1995).

A determinação dos parâmetros modais de um sistema mecânico linear pode ser analítica, numérica e experimental, sendo que esta última é muitas vezes utilizada para ajustar os modelos analíticos (soluções exatas) e numéricos (modelo de elementos finitos, por exemplo). Muitas vezes, porém, um modelo analítico não existe e os parâmetros modais a serem determinados experimentalmente, podem servir como referência para futuras avaliações, tais como modificações estruturais.

A compreensão da análise modal também está relacionada com o estudo das vibrações mecânicas, pois a maioria das vibrações de sistemas mecânicos é função das características iniciais do sistema descrito pelos parâmetros modais (frequências naturais com seus respectivos modos de vibração e fatores de amortecimento). A análise modal por si só não é a resposta para todo o problema, mas é frequentemente a parte mais importante do processo.

Para determinado sistema mecânico, sem amortecimento, submetido à vibração livre, o cálculo das frequências naturais pode ser obtido através de solução analítica da equação de equilíbrio dinâmico, dada por:

$$[M]{("u(t))} + [K]{(u(t))} = \{0\}$$
(5)

Admite-se que o movimento de um sistema mecânico é harmônico, cujo deslocamento é traduzido pela seguinte equação:

$$u(t) = \Phi \cos(\omega t - \phi)$$
 (6)

Onde:

 Φ - é um vetor que representa a configuração deformada da estrutura ou modo de vibração (não depende do tempo);

 ω - é a frequência de vibração;

 ϕ – é o ângulo de fase.

A aceleração do sistema mecânico, ü(t), é obtida pela derivada segunda da equação (6) em relação ao tempo, que resulta em:

$$\ddot{u}(t) = -\omega^2 \Phi \cos(\omega t - \phi)$$
⁽⁷⁾

Substituindo as equações (6) e (7) na equação (5), obtém-se:

$$[K - \omega^2 M] \Phi = \{0\}$$
(8)

De modo a não obter a solução trivial $\Phi = \{0\}$, é necessário anular o determinante da matriz $[K - \omega^2 M]$. Portanto, a determinação das frequências naturais e de seus respectivos modos de vibração é um problema típico de autovalores e autovetores, em que os autovalores são as frequências naturais e os autovetores os modos de vibração.

2.2 Ação do Vento Segundo a NBR 6123 (ABNT, 1988)

A NBR 6123 (ABNT, 1988) regulamenta a determinação dos carregamentos de estruturas submetidas às ações do vento, quer sejam estáticos ou dinâmicos, os quais são descritos a seguir.

A força estática devido ao vento é determinada por:

$$F = C q A$$

Onde:

C - é o coeficiente aerodinâmico; no caso do estudo em edifícios, utiliza-se coeficiente de arrasto, C_a .

A - é a área de referência, em m²; e

q - é a pressão dinâmica na altura de referência.

A pressão dinâmica do vento, q, se relaciona à velocidade característica V_k , em condições normais de pressão (1 atm = 101320 Pa) e de temperatura (15°C), é obtida por:

$$q = 0,613 V_k^2$$
 [q em N/m², V_k em m/s] (10)

A velocidade característica é definida tomando como base a velocidade básica do vento, V_0 , que está relacionada ao local onde a estrutura será construída, e determinada multiplicando-se a velocidade básica do vento pelos fatores S₁, S₂ e S₃:

$$V_{k} = V_{o} S_{1} S_{2} S_{3}$$
(11)

Por definição, a velocidade básica do vento, V_0 , é a velocidade de uma rajada de 3 segundos, excedida em média uma vez em 50 anos, acima de 10 m do terreno, em campo aberto e plano. A norma brasileira traz as isopletas da velocidade básica no Brasil. Como regra geral, admite-se que o vento básico possa soprar de qualquer direção horizontal.

O fator topográfico S_1 leva em consideração as variações do relevo do terreno e o aumento da velocidade do vento na presença de morros de taludes. Em taludes e morros alongados pode ser admitido um fluxo de ar bidimensional soprando no sentido indicado pela Figura 2. Na figura citada anteriormente, z representa a altura medida a partir da superfície do terreno no ponto considerado, d é a diferença de nível entre a base e o topo do talude ou morro, e θ é a inclinação média do talude ou encosta do morro.



Fonte: NBR 6123 (ABNT, 1988).

Assim, a norma faz as seguintes recomendações:

- a) No ponto A (morros) e nos pontos A e C (taludes): S₁ = 1,0;
- b) No ponto B, S_1 é uma função da altura z, logo, $S_1(z)$.

Quando $\theta \leq 3^{\circ}$, o valor de S₁(z) é igual a unidade, ou seja:

$$S_1(z) = 1,0$$
 (12)

Se o valor da inclinação θ se encontrar no intervalo entre 6° e 17° ($6^\circ \le \theta \le 17^\circ$), a função S₁(z) é dada por:

$$S_1(z) = 1,0 + \left(2,5 - \frac{z}{d}\right) tg(\theta - 3^\circ) \ge 1$$
 (13)

E por último, caso o valor da inclinação seja maior do que 45° ($\theta \ge 45^{\circ}$), a equação para S₁(z) é escrita da seguinte forma:

$$S_1(z) = 1,0 + \left(2,5 - \frac{z}{d}\right)0,31 \ge 1$$
 (14)

O fator S₂ considera o efeito combinado da rugosidade média geral do terreno em consideráveis extensões, da variação da velocidade do vento com a altura acima do terreno e das dimensões da edificação ou parte da edificação em consideração.

No que diz respeito à rugosidade do terreno, a norma classifica cinco categorias, numeradas de I a V. Quanto às dimensões da edificação, a NBR 6123 determina três classes: classe A, B e C, as quais são definidas a seguir:

- a) classe A: todas as unidades de vedação, seus elementos de fixação e peças individuais de estruturas sem vedação. Toda edificação na qual a maior dimensão horizontal ou vertical não exceda 20 metros.
- b) classe B: toda edificação ou parte de edificação para a qual a maior dimensão horizontal ou vertical da superfície frontal esteja entre 20 e 50 metros.
- c) classe C: toda edificação ou parte de edificação para a qual a maior dimensão horizontal ou vertical da superfície frontal exceda 50 metros.

O fator S₂, usado no cálculo da velocidade do vento em uma altura z acima do nível geral do terreno, pode ser obtido através da seguinte expressão:

$$S_2 = b F_r (z/10)^P$$
 (15)

Onde:

F_r - é o fator de rajada sempre correspondente à Categoria II de rugosidade do terreno; b e p - são parâmetros meteorológicos.

O fator estatístico S₃ baseia-se em conceitos probabilísticos e considera o grau de segurança requerido e a vida útil da edificação. Considerando que para a determinação da velocidade básica V_o o tempo de recorrência é de 50 anos e a que probabilidade desta ser igualada ou excedida é de 63%.

2.2.2 Modelo dinâmico simplificado

No estudo da ação do vento nas edificações, a representação de tal fenômeno deve analisar a solicitação estática, que depende da sua velocidade média, e das flutuações da sua velocidade. Estas flutuações são conhecidas na engenharia como rajadas ou turbulências. As rajadas do vento dão origem a vibrações devido às diversas formas com que a sua força atua na estrutura, produzindo um carregamento aleatório de curta duração que dificulta a análise direta dos esforços (CHAVÉZ, 2006).

Conforme a NBR 6123 (ABNT, 1988), "... edificações com período fundamental superior a um segundo, em particular aquelas fracamente amortecidas, podem apresentar importante resposta flutuante na direção do vento médio".

De acordo com a mesma norma, estruturas cuja frequência de vibração fundamental seja inferior a 1 Hz, a análise dinâmica torna-se imprescindível.

Referencia-se aos *Efeitos Dinâmicos devido à Turbulência Atmosférica,* segundo a NBR 6123 (ABNT, 1988, p. 49), a seguinte transcrição:

No vento natural o módulo e a orientação da velocidade instantânea do ar apresentam flutuações em torno da velocidade média, designadas por rajadas. Admite-se que a velocidade média se mantém constante durante um intervalo de tempo de dez minutos ou mais, produzindo nas edificações efeitos puramente estáticos, designados a seguir como resposta média. Já as flutuações da velocidade podem induzir em estruturas muito flexíveis, especialmente em edificações altas e esbeltas, oscilações importantes na direção da velocidade média, aqui designadas como resposta flutuante.

Pela norma, o método simplificado considera somente a contribuição do primeiro modo de vibração para o cálculo da resposta flutuante. Neste caso, a frequência fundamental do edifício, seu correspondente modo de vibração e o amortecimento modal são obtidos de forma aproximada em função da altura z da edificação e das características do seu sistema estrutural. Em geral a retenção só do primeiro modo na solução conduz a erros inferiores a 10%. Para vários tipos de edificações usuais, a Tabela 1 apresenta os valores aproximados da razão de amortecimento crítico, ζ , do parâmetro da norma, γ , e das equações para o cálculo direto da frequência fundamental, f₁.

Tipo de Edificação	γ	ζ	$T_1 = 1/f_1$
Edifícios com estrutura aporticada de concreto,	1 2	0 0 2 0	0,05 + 0,015 h
sem cortinas.	1,2	0,020	(h em metros)
Edifícios com estrutura de concreto, com cortinas	16	0.015	0.05 ± 0.012 h
para a absorção de forças horizontais.	1,0	0,015	0,05 + 0,012 11
Torres e chaminés de concreto, seção variável.	2,7	0,015	0,02 h
Torres, mastros e chaminés de concreto, seção	17	0.010	0.015 h
uniforme.	1,7	0,010	0,013 11
Edifícios com estrutura de aço soldada.	1,2	0,010	0,29√ <u>h</u> - 0,4
Torres e chaminés de aço, seção uniforme.	1,7	0,008	
Estrutura de madeira.	-	0,030	

Tabela 1 - Parâmetros para a determinação de efeitos dinâmicos.

Fonte: NBR 6123 (ABNT, 1988).

O item 9.3 da NBR 6123 (ABNT, 1988), para o cálculo da resposta dinâmica na direção do vento, expressa a variação da pressão dinâmica do vento com a altura pela seguinte equação:

$$q(z) = \overline{q}_{o} b^{2} \left[\left(\frac{z}{z_{r}} \right)^{2p} + \left(\frac{h}{z_{r}} \right)^{p} \left(\frac{z}{h} \right)^{\gamma} \frac{1 + 2\gamma}{1 + \gamma + p} \xi \right]$$
(16)

Sendo:

z_r - a altura de referência (z_r = 10 m).

Onde o primeiro termo dentro dos colchetes corresponde à resposta média e o segundo representa a amplitude máxima da resposta flutuante, sendo:

$$\overline{q}_o = 0.613 \,\overline{V}_p^2 \quad (\overline{q}_o \text{ em N/m}^2, \overline{V}_p \text{ em m/s}) \tag{17}$$

A velocidade de projeto, \overline{V}_p , correspondente à velocidade média sobre 10 min a 10 m de altura sobre o solo, em terreno de Categoria II, é obtida pelo seguinte produto:

$$\overline{\mathbf{V}}_{\mathrm{p}} = \mathbf{0.69} \, \mathbf{V}_0 \, \mathbf{S}_1 \mathbf{S}_3 \tag{18}$$

O expoente p e o coeficiente b apresentados na equação (16) dependem da Categoria de rugosidade do terreno, conforme a Tabela 2 - . O coeficiente de amplificação dinâmica ξ , obtido através de ábacos, é função das dimensões da edificação, da razão de amortecimento crítico ζ , e da frequência natural de vibração f, por meio da relação adimensional ($\overline{V}_p / f L$), para as cinco Categorias de rugosidade de terreno consideradas na referida norma.

Tabela 2 - Expoente p e parâmetro b.

Categoria de rugosidade	I	II	Ш	IV	V
р	0,095	0,15	0,185	0,23	0,31
b	1,23	1,00	0,86	0,71	0,50

Fonte: NBR 6123 (ABNT, 1988).

A pressão q(z) é uma função contínua da altura z sobre o terreno. A força estática equivalente F(z) (que engloba as ações estáticas e dinâmicas do vento) por unidade de altura resulta na fórmula:

$$F(z) = q(z). l_1. C_a \quad (q(z) \text{ em } N/m^2, l_1 \text{ em } m)$$
(19)

Sendo l₁ a largura ou o diâmetro da edificação.

2.3 Modelagem Matemática das Rajadas de Vento

Este capítulo apresenta diversos métodos matemáticos que surgiram ao longo da história a fim de representar as rajadas de vento como ações dinâmicas.

2.3.1 Método determinístico de Raüsch-Föppl

Possivelmente, o primeiro método para determinar os efeitos dinâmicos das rajadas de vento foi apresentado por Raüsch em 1933. Baseado em um estudo estatístico de Föppl, esse método foi incorporado na norma alemã. Raüsch expõe seu trabalho utilizando-se gráficos que reproduzem a variação da pressão dinâmica do vento ao longo do tempo (Ver Gráfico 1).







De acordo com esse estudo, quando surge uma rajada de vento a pressão dinâmica média cresce subitamente até certo valor, permanece constante num intervalo de tempo e volta a diminuir. Com o passar do tempo surgem outras rajadas que aumentam ou diminuem o valor da pressão dinâmica, mas mantendo sempre o valor de pressão dinâmica média.

Segundo Raüsch, as rajadas não são periódicas nem têm sempre a mesma duração, sendo insignificantes os riscos de ressonância; trata-se de uma série de cargas e descargas com valores e durações variáveis por intervalos desiguais de tempo (AGUILERA, 2007).

2.3.2 Método probabilístico

Os métodos probabilísticos demandam bastante tempo para coleta de dados, sendo bastante laboriosos. O primeiro a utilizar este método foi Davenport em 1961.

O modelo discreto apresentado pela NBR 6123 (ABNT, 1988) é baseado no processo estatístico de Davenport, mas difere nos parâmetros utilizados para determinar as ações do vento. No método, separa-se a resposta média da flutuante, sendo que esta última inclui a resposta ressonante e não ressonante (CARRIL JÚNIOR, 2000).

De acordo com a NBR 6123 (ABNT, 1988), para o cálculo da resposta dinâmica total, a superposição das respostas média e flutuante deve ser considerada.

2.3.2.1 Processo de Davenport

Para chegar à resposta da estrutura, algumas hipóteses simplificadoras foram utilizadas como ponto de partida para a realização do estudo de Davenport dos turbilhões que produzem cargas para uma determinada frequência, algumas das seguintes hipóteses tornamse perfeitamente aceitáveis:

- a) componentes da velocidade do vento são processos estacionários com média zero, pois na consideração de rajadas estacionárias supõe-se que as propriedades físicas se mantêm constantes;
- b) na determinação da resposta estrutural, na direção da velocidade média do vento, só é considerada a influência da componente flutuante nesta direção;
- c) a estrutura é discretizada em várias partes sendo que, em um dado instante, a ação total do vento, na direção da velocidade média em cada parte, é composta de duas parcelas de ações: uma média e uma flutuante;
- d) a estrutura é elástica e a resposta pode ser expressa conforme a equação de equilíbrio dinâmico;
- e) a força média é a mesma para escoamento turbulento e suave com mesma velocidade média; e
- f) flutuações na velocidade e na força estão ligadas por uma transformação linear. Havendo uma relação linear entre velocidade, força e resposta. Se a distribuição de velocidades é considerada como gaussiana, resultará em distribuições de força e de resposta também gaussianas. Os espectros de resposta poderão ser obtidos por meio de duas funções de admitância, que relacionam as dimensões da construção e dos turbilhões que nela incidem (admitância aerodinâmica) e a razão entre a resposta permanente e a excitação (admitância mecânica).

2.3.3 Método de vento sintético

Este método foi desenvolvido em 1993 pelo Prof. Mario Franco, segundo o espectro de ondas originado por Davenport, o qual é mostrado na Figura 3, onde S_f (f) é o espectro de potência da resposta da estrutura, e f são as frequências naturais. Este espectro divide-se em 11 faixas de frequências, e isto quer dizer que se analisam 11 harmônicos sendo que na quarta faixa está centrado o 1º modo (0.125, 0.25, 0.5, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8). A relação entre as áreas de cada faixa e a área total do espectro fornece a amplificação de cada harmônico.



Figura 3. Espectro de potência do vento (Davenport).

Fonte: Carril (2000).

O Método de Vento Sintético funciona da seguinte forma: calculam-se as pressões dos ventos para rajadas de 3 segundos e para ventos médios com duração de 10 min, sendo que este último é considerado como vento estático. A diferença dos valores dessas pressões é denominada como parte flutuante de excitação do vento.

A força total de vento é a soma entre a parcela flutuante e a média. Isto para cada modo de vibração, respectivamente da mais baixa para a mais alta frequência.

2.3.4 Método rajadas de vento por pulsos triangulares sucessivos

Devido à simplicidade das equações desse método, a simulação das rajadas de vento por pulsos triangulares sucessivos é vastamente utilizada em sistemas mecânicos para a análise dinâmica de seus efeitos. A literatura apresenta exemplos de funções para representar as rajadas: degrau, rampa, pulso, funções harmônicas como senóide, etc.

2.3.4.1 Pulso triangular geral

Pulsos que possuem apenas leve assimetria podem, muitas vezes, serem representados adequadamente por formas simétricas. No entanto, se houver uma considerável assimetria, o resultado é uma significativa inclinação de qualquer origem. Consequentemente, para pulsos assimétricos, é necessário introduzir um parâmetro que define a inclinação do pulso. O efeito de assimetria na forma de um pulso é facilmente entendido através do Gráfico 2 (JACOBSEN e AYRE, 1958).



A razão entre o tempo de subida para o período de um pulso é chamada constante de inclinação, $\alpha = t_1/t_d$. Existem três casos especiais:

- a) $\alpha = 0$: o pulso tem uma elevação (vertical) instantânea, seguido de um decaimento repentino de duração t_d . Neste caso pode ser utilizado como uma representação básica de um pulso de explosão (Ver Gráfico 3);
- b) $\alpha = 1/2$: o pulso pode ser simétrico; e
- c) $\alpha=1:$ o pulso tem um decaimento instantâneo, precedida por um aumento com a duração $t_{\rm d}$.

Para a Etapa I (Gráfico 2), a equação da carga de excitação é dada por:

$$p(t) = p_0 \frac{t}{t_d}$$
(20)

Para a Etapa II (Gráfico 2), a equação da carga de excitação é dada por:

$$\mathbf{p}(\mathbf{t}) = \mathbf{p}_0 \left(1 - \frac{\mathbf{t}}{\mathbf{t}_d} \right) \tag{21}$$

Considerando que p_0 seja aplicado estaticamente no sistema, ele é dado pela seguinte equação:

$$\mathbf{p}_0 = \mathbf{k} \, \mathbf{u}_{0(\text{est})} \tag{22}$$



Gráfico 3- Pulso triangular repentino.

Fonte: Clough (1995).

Os tipos de pulsos escolhidos para excitar a estrutura analisada neste trabalho são: pulso triangular assimétrico proposto por Aguilera (2007) e o pulso triangular repentino proposto por Viana e Araújo (2009).

2.3.4.2 Função temporal de Aguilera (2007)

Aguilera (2007) analisa uma torre de TV sob a ação dinâmica do vento. Com o intuito de simular as rajadas de vento, este autor submeteu a estrutura a sucessões de pulsos triangulares assimétricos isolados do vento de projeto.



Fonte: Aguilera (2007).

3

4

t (s)

5

6

7

8

2

1

٥

Observa-se que a função é formada por uma sucessão de pulsos com duração de 3 segundos e, para cada pulso, o tempo de decaimento é o dobro do tempo de crescimento. A duração de 3 segundos é sugerida em diversos códigos inclusive pela NBR 6123 (ABNT, 1988) (AGUILERA, 2007).

A transcrição da NBR 6123 (ABNT, 1988, pg. 11), que corrobora com a afirmativa citada no parágrafo anterior, é a seguinte:

A velocidade do vento varia continuamente e seu valor médio pode ser calculado sobre qualquer intervalo de tempo. Foi verificado que o intervalo mais curto das medidas usuais (três segundos) corresponde a rajadas cujas dimensões envolvem convenientemente obstáculos de até 20 metros na direção do vento médio.

Aguilera (2007) submeteu a torre a diferentes velocidades básicas de vento. No entanto, para o edifício analisado neste trabalho ocorre apenas uma única velocidade básica, 30 m/s, pois está localizado na cidade de Natal-RN através de isopletas. A alternativa adotada

para representar os pulsos das rajadas de Aguilera nesta monografia, é que eles passam então a serem descritos em função das forças de excitação. As funções que representam esses pulsos são escritas como:

$$F(t) = F_0(z) \frac{t}{t_d}$$
(23)

$$\mathbf{F}(\mathbf{t}) = \mathbf{F}_0(\mathbf{z}) \left(1 - \frac{\mathbf{t}}{\mathbf{t}_d} \right)$$
(24)

Onde:

 $F_0(z)$ - é a amplitude máxima do carregamento do vento que varia em função da altura do edifício.

As equações (23) e (24) representam, respectivamente, o trecho de crescimento e de decaimento do pulso triangular de Aguilera.

2.3.4.3 Função temporal de Viana e Araújo (2009)

O método em que as rajadas de vento são concebidas por meio de sucessivos pulsos triangulares se utiliza de funções de pulso unitário, tendo cada um destes pulsos picos de força que cessam em um determinado período. Segundo Raüsch (BLESSMANN, 1998), este período é igual a 1s, enquanto os intervalos de tempo entre pulsos são três vezes o período fundamental da estrutura. Portanto, a força de excitação externa proposta tem comportamento linear, cujo valor máximo acontece no início do pulso e o valor nulo no final deste.

O modelo matemático das rajadas de vento proposto por Viana e Araújo (2009) tem a função temporal representada por pulsos triangulares repentinos e sucessivos (Ver Gráfico 5), onde F_0 é a amplitude máxima do carregamento, q, que varia segundo a altura do edifício, conforme as equações (17) e (19). O edifício estudado é considerado uma estrutura aporticada de concreto e, conforme a Tabela 1, a fim de se determinar o intervalo de tempo entre pulsos, utiliza-se para o cálculo do período fundamental teórico dado por:

$$T_1 = 0.05 + 0.015 \, h \tag{25}$$

Logo, T₁ = 0,757s.

A equação (24) descreve um pulso de decaimento repentino da rajada.



Gráfico 5 - Modelo para as rajadas de vento por pulsos triangulares repentinos. (Viana e Araújo,

Fonte: A Viana e Araújo (2009).

3 METODOLOGIA

Com o passar do tempo, graças à implementação de recursos computacionais, o estudo dinâmico em estruturas avançou expressivamente, possibilitando resolver problemas por meio de análise numérica. Por isso, para a realização deste trabalho, disponibiliza-se como recurso, um importante software de elementos finitos, o SAP2000, versão 14 (CSI, 2008). O SAP2000, há quase 40 anos, é bastante empregado em análises dinâmica e estática de estruturas complexas, isso porque o vento é naturalmente um fenômeno dinâmico, ou seja, varia com o tempo.

A análise deste fenômeno como tal, isto é, dinamicamente, torna-se analiticamente um processo bastante trabalhoso, necessitando-se muitas vezes a utilização de recursos computacionais, geralmente à base da tecnologia *Computer Aided Engineering* (CAE), cujo principal método de análise é através do Método dos Elementos Finitos (MEF).

Para a análise dinâmica, utilizam-se dois modelos para representar as rajadas de vento por meio de pulsos triangulares consecutivos: modelo proposto por Aguilera (2007); e o proposto por Viana e Araújo (2009). O cálculo das forças devido ao vento é realizado conforme as recomendações da NBR 6123 (ABNT, 1988).

Estuda-se o comportamento estrutural do edifício por meio da análise das respostas dinâmicas do sistema, como: deslocamentos e esforços internos máximos, fator de amplificação, modos de vibração e frequências naturais.

4 RESULTADOS DO ESTUDO DO PROBLEMA DINÂMICO

O estudo de caso é o edifício analisado por Viana (2008) que é composto por: 13 pavimentos tipo, um térreo e um mezanino, cujos pés-direitos são respectivamente, 2,88 m,

5,04 m, e 3,98 m. As lajes de todos os pavimentos são nervuradas² e têm peso próprio de 2,6 kN/m². Como pode ser visto na Figura 4, o contorno do edifício é constituído por vigas altas e, no centro do pavimento tipo, existem duas vigas faixas ortogonais entre si.

4.1 Modelagem Bi e Tridimensional do Edifício

Para este estudo, o edifício é modelado em 2D e 3D, utilizando, como já foi dito, o SAP2000 (CSI, 2008), que é baseado no método dos elementos finitos.

A principal vantagem da utilização de modelos simplificados de duas dimensões é a redução do número de graus de liberdade, diminuindo assim, o tempo de processamento para a obtenção de resultados através da utilização de programas de computador.

O modelo tridimensional permite a representação integral da estrutura, sendo constituído por elementos finitos de barra com dois nós e elementos finitos de placa com pelo menos quatro pontos nodais. A abordagem numérica 3D é imprescindível para representar adequadamente a geometria dos elementos finitos das placas.

Considerou-se para a análise apenas a massa da laje de cada pavimento, a qual é levada para os nós dos pórticos por área de influência. Além disso, a laje é considerada como diafragma rígido (VIANA, 2008).

Em ambos os modelos se considerou a resistência característica do concreto f_{ck} igual a 30 MPa e o coeficiente de Poisson igual a 0,2. Para o cálculo do Módulo de Elasticidade, E, a NBR 6118 (ABNT, 2003) recomenda usar a seguinte expressão:

$$E = 5600\sqrt{f_{ck}(MPa)}$$
 (26)

Logo, E = 30.672,5 MPa.

4.1.1 Modelo 2D

Para o modelo bidimensional, escolheram-se para análise os pórticos PORT3 e PORT8, realçados em rosa e amarelo respectivamente na Figura 4. Estes pórticos são modelados com elementos de barra cujas seções transversais dos pilares e das vigas são apresentadas na Figura 5.

² Entretanto, por causa do tempo de processamento de dados no SAP2000 escolheu-se adotar as lajes como sendo maciças.

REVISTA CIENTÍFICA SEMANA ACADÊMICA. FORTALEZA-CE. EDIÇÃO 249. V.12. ANO 2024.



Figura 4 - Planta do mezanino e pavimento tipo do edifício.

Fonte: O autor.



Figura 5 - Dimensões das seções do pórtico PORT 3 e PORT8.

Estes pórticos apresentam as seguintes características:

- a) condições de contorno: foram considerados engastamentos na ligação dos pórticos planos à fundação (hipótese de fundação rígida);
- b) é considerado o grau de liberdade na direção x (translação ux);
- c) o PORT3 é discretizado em 48 nós e 75 elementos finitos de barra; já o PORT8 possui 128 nós e 225 elementos finitos de barra (Ver Figura 6 e Figura 7); e

Figura 6 - Modelo de elementos finitos para análise 2D, representação do PORT3.







□onte: O autor.

Conte: O autor.

 a massa da laje é transferida aos nós de cada nível como massas concentradas, calculadas por área de influência. A massa das vigas e pilares são distribuídas.

Para o lançamento do modelo tridimensional (Figura 8), consideram-se as seções transversais dos pilares dos pórticos variadas, 30 x 50 cm, 30 x 75 cm, 30 x 100 cm, 25 x 50 cm, 25 x 75 cm, 25 x 127 cm e 25 x 141 cm e os elementos de vigas possuem seção de 14 x 60 cm, com exceção das pertencentes às proximidades da escada e elevador, 14 x 50 cm, 14 x 66 cm, 10 x 30 cm, 14 x 104 cm e das duas vigas faixas de 61 x 25 cm.

Figura 8 - Modelo de elementos finitos para análise 3D, representação do "esqueleto" composto por vigas e pilares.



(a) vista superior.





O modelo 3D (Figura 9) analisado apresenta as seguintes características:

- a) condições de contorno: também foram considerados engastamentos na ligação do pórtico espacial à fundação (hipótese de fundação rígida);
- b) a estrutura é discretizada em 751 nós, 1140 elementos finitos de barra e 15 elementos finitos de casca (*shells*), o que corresponde a um total de 60 pontos nodais para as lajes (Figura 8);
- c) as vigas e os pilares são modelados como elementos finitos de barras, com três graus de liberdades nas direções x, y e z (translações u_x, u_y e rotação r_z) e as lajes são modeladas como diafragmas rígidos; e

d) a massa de cada laje é calculada como sendo distribuída, especificando a densidade específica do concreto.

3-D View

Figura 9 - Lançamento do modelo estrutural 3D do edifício, evidenciando as lajes tratadas como diafragma rígido.

Fonte: O autor.

Na maior parte dos edifícios, a distorção geométrica da laje é insignificante em relação ao plano horizontal, por isso para o lançamento do modelo 3D, as lajes são consideradas como *diafragmas rígidos*. Essa hipótese considera as lajes infinitamente rígidas no seu plano, ou seja, as lajes de cada pavimento fornecem aos pórticos uma restrição ao deslocamento horizontal dos nós no seu contorno, fazendo-os deslocar em conjunto. Com o deslocamento restringido, não ocorrem cargas axiais nos elementos de barras pertencentes aos contornos das lajes.

No caso de edifícios de vários andares em que as lajes não possam ser consideradas infinitamente rígidas em seu próprio plano, a idealização das massas torna-se complicada, ao passo que a massa do piso deve ser atribuída aos nós individuais. De acordo com as respectivas áreas de influência as cargas permanentes e acidentais ao nível do piso são atribuídas aos nós. Já os pesos distribuídos de elementos estruturais e não estruturais devem ser distribuídos aos nós pela estática (CHOPRA, 1995).

A simplificação das lajes de piso como sendo rígidas no seu próprio plano e flexível na direção vertical implica que ambos os graus de liberdade horizontais de todos os nós ao nível do piso estão relacionados com os três graus de liberdade de corpo rígido da laje de piso no seu próprio plano. Dessa forma, a massa pode ser definida apenas nestes graus de liberdade e não tem de ser identificada separadamente para cada nó. A massa do diafragma fornece a massa associada aos graus de liberdade de translação e o momento polar de inércia da laje em torno do *ponto O* (Figura 10) fornece a massa associada ao grau de liberdade de rotação. A massa da laje deve incluir as contribuições das cargas permanentes e sobrecargas na laje e dos elementos estruturais e não estruturais entre pisos (CHOPRA, 1995). Portanto, os diafragmas rígidos possuem três graus de liberdade: duas translações u_x e u_y, e rotação em torno de z. Logo, a principal vantagem de trabalhar com diafragmas rígidos é o fato de diminuir pela metade o número de graus de liberdade.

Barboza (2012) realizou um estudo numérico comparativo, utilizando o SAP2000, para avaliar o comportamento estrutural de um edifício de vinte andares de estrutura mista (vigas e pilares de aço e laje de concreto armado). Nesta avaliação, analisaram-se modelos numéricos que utilizaram diafragmas rígidos para simular as lajes e modelos que consideram a contribuição da rigidez transversal da laje de concreto armado. Os resultados obtidos das análises mostraram que os diafragmas rígidos aumentaram em 30% os deslocamentos horizontais da estrutura. Em decorrência desses resultados, Barboza conclui que adotar diafragmas rígidos na modelagem de sistemas estruturais pode ser uma medida antieconômica.



Figura 10 - Graus de liberdade para diafragmas de piso rígidos no plano.

Fonte: Chopra (1995).

4.2 Modos e frequências naturais de vibração

Na análise modal bidimensional, encontraram-se os primeiros modos de vibração para os pórticos PORT3 e PORT8, sendo que os valores referentes às frequências de vibrações

naturais das estruturas são mostrados na Tabela 2. De acordo com a NBR 6123 (ABNT, 1988), estruturas cuja frequência de vibração fundamental seja inferior a 1 Hz, a análise dinâmica torna-se imprescindível. Através dos resultados obtidos da análise modal, observaram-se que o primeiro modo de vibração do PORT8 é o mais preocupante. Neste caso, somente a análise estática não é o bastante, deve-se proceder a análise dinâmica estrutural.

Na análise modal tridimensional, também obtém-se as frequências dos primeiros modos de vibração da estrutura. Os resultados desta análise podem ser verificados também na Tabela 2. Observa-se que os valores das frequências são menores que os apresentados na análise bidimensional. Portanto, a realização da análise em 3D é bastante relevante, pois na incidência sobre o edifício de ventos com baixas frequências e que podem estar em fase com toda a estrutura caracterizando o estado ressonante, os deslocamentos seriam excessivos podendo provocar o colapso da estrutura (VIANA, 2008).

Modo de vibração	Frequência (PORT3)	Frequência (PORT8)	Frequência (3D)
	(Hz)	(Hz)	(Hz)
1	2,410	0,948	0,675
2	7,933	3,128	2,210
3	14,037	5,555	3,873
4	19,575	7,943	5,489
5	22,204	9,263	6,689
6	27,166	10,682	7,373
7	32,924	12,920	8,731
8	38,397	15,078	10,092
9	43,415	17,101	11,333
10	47,883	18,868	11,919

Tabela 2 - Valores das frequências naturais das análises 2D (PORT3 e PORT8) e 3D.

Fonte: O autor.

Os oito primeiros modos do PORT3, PORT8 e modelo 3D são mostrados na Figura 11, Figura 12 e Figura 13, respectivamente.

Os valores das frequências do segundo modo de vibração do PORT3 e do quarto modo do PORT8 são aproximadamente 7,9 Hz. Observando-se a deformada desses respectivos modos, os pilares de ambos os pórticos são solicitados à flexão.

Já para o terceiro modo de vibração do PORT 8 e o quarto modo do modelo 3D, as frequências naturais são em torno de 5,5 Hz, e de acordo com as deformadas exibidas, os pilares do PORT8 também estão submetidos à flexão. Em contrapartida, os pilares do modelo 3D são solicitados à combinação de flexão e torção.

Figura 11 - Modos de vibração do PORT3.





(e) Quinto modo de vibração do PORT3 cuja frequência é 22,20 Hz (2D).



(b) Segundo modo de vibração do PORT3 cuja frequência é 7,93 Hz (2D).



(f) Sexto modo de vibração do PORT3 cuja frequência é 27,17 Hz (2D).



(c) Terceiro modo de vibração do PORT3 cuja frequência é 14,04 Hz (2D).

DAL) - Mode 7 ... 💼 📄 🗾



(d) Quarto modo de vibração do PORT3 cuja frequência é 19,58 Hz (2D).



(h) Oitavo modo de vibração do PORT3 cuja frequência é 38,40 Hz (2D).

Fonte: O autor.

REVISTA CIENTÍFICA SEMANA ACADÊMICA. FORTALEZA-CE. EDIÇÃO 249. V.12. ANO 2024.

(g) Sétimo modo de vibração do

PORT3 cuja frequência é 32,92 Hz

(2D).

Figura 12 - Modos de vibração do PORT8.



(a) Primeiro modo de vibração do PORT8 cuja frequência é 0,95 Hz (2D).



(e) Quinto modo de vibração do PORT8 cuja frequência é 9,26 Hz (2D).



Deformed Shape (MODAL) - Mode 2 - ... 📃 🔳 🗾

cuja frequência é 10,68 Hz (2D).



(c) Terceiro modo de vibração do PORT8 cuja frequência é 5,56 Hz (2D).



(g) Sétimo modo de vibração do PORT8 cuja frequência é 12,92 Hz (2D).



(d) Quarto modo de vibração do PORT8 cuja frequência é 7,94 Hz (2D).



(h) Oitavo modo de vibração do PORT8 cuja frequência é 15,08 Hz (2D).

Fonte: O autor.

Figura 13 - Modos de vibração do modelo 3D.



(a) Primeiro modo de vibração cuja frequência é 0,68 Hz (3D).



(c) - Terceiro modo de vibração cuja frequência é 3,87 Hz (3D).



(e) Quinto modo de vibração cuja frequência é 6,69 Hz (3D).



(g) Sétimo modo de vibração cuja frequência é 8,73 Hz (3D).



(b) Segundo modo de vibração cuja frequência é 2,21 Hz (3D).



(d) Quarto modo de vibração cuja frequência é 5,49 Hz (3D).



(f) Sexto modo de vibração cuja frequência é 7,37 Hz (3D).



(h) Oitavo modo de vibração cuja frequência é 10,09Hz (3D).

Legenda (deslocamentos em 10⁻³ cm):



4.3 Cálculo das ações na direção do vento

As forças devido ao vento que incidem na edificação são determinadas de acordo com as recomendações da NBR 6123 (ABNT, 1988) e mostradas no capítulo 3. O edifício é submetido às ações dinâmicas e estáticas do vento, adotando-se o modelo dinâmico simplificado e o modelo das forças estáticas.

4.3.1 Cálculo da pressão estática do vento

Para a determinação das forças estáticas devido ao vento adota-se como base a velocidade básica do vento, V₀, da cidade de Natal-RN, região em que o edifício está localizado. Conforme o gráfico das isopletas, V₀ é igual a 30 m/s. A Tabela 3 apresenta os parâmetros necessários para proceder à determinação do carregamento estático utilizando a NBR 6123 (ABNT, 1988).

Localização: N	latal-RN			S ₁ =	1,00	
f _{ck} =	30 MPa			S ₃ =	1,00	
V ₀ =	30,0 m/s			b =	1,00	
Rugosidade de	o terreno: Ca	p =	0,09			
h =	47,16 m	h/L1 =	4,46	F _r =	0,98	
L ₁ =	10,58 m	$L_1/L_2 =$	0,30	Quanto às dim	ensões:	Classe B
L ₂ =	34,87 m h/L ₂ = 1,35			Número de pavimentos = 15		
z _r =	10,00 m	$L_2 / L_1 =$	3,30			
Vento de alta	turbulência:			Vento de baixa	a turbulêı	ncia:
Face maior	Ca =	1,25		Face maior	Ca =	1,35
Face menor	Ca =	0,80		Face menor	Ca =	0,75
Coeficiente m	édio ³ :					
Face maior		C _{a médio} =	1,30			
Face menor		C _{a médio} =	0,76			

Tabela 3 - Considerações iniciais do edifício para determinação das cargas estáticas dovento.

Fonte: O autor.

O resultado do cálculo das forças estáticas do vento, obtidas pela equação (9), que incidem em cada pavimento, apresenta-se na Tabela 4.

³ É procedimento padrão entre os projetistas considerar o coeficiente de arrasto como sendo a média entre os valores de alta e de baixa turbulência.

						F₀ (N/m) (Face	F ₀ (N/m)
Nível	h _i (m)	z (m)	S ₂	V _k (m/s)	q (N/m²)	menor do	(Face maior
						edificio)	do edifício)
-	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Térreo	3,98	3,98	0,90	27,06	448,88	3.609,39	20.348,36
Mezanino	5,04	9,02	0,97	29,13	520,11	4.182,07	23.576,95
1,00	2,88	11,90	1,00	29,86	546,71	4.395,95	24.782,72
2,00	2,88	14,78	1,02	30,45	568,46	4.570,84	25.768,66
3,00	2,88	17,66	1,03	30,94	586,97	4.719,68	26.607,79
4,00	2,88	20,54	1,05	31,37	603,15	4.849,78	27.341,26
5,00	2,88	23,42	1,06	31,74	617,56	4.965,69	27.994,72
6,00	2,88	26,30	1,07	32,07	630,59	5.070,45	28.585,28
7,00	2,88	29,18	1,08	32,37	642,50	5.166,18	29.124,99
8,00	2,88	32,06	1,09	32,65	653,47	5.254,46	29.622,65
9,00	2,88	34,94	1,10	32,90	663,67	5.336,45	30.084,90
10,00	2,88	37,82	1,10	33,14	673,20	5.413,08	30.516,89
11,00	2,88	40,70	1,11	33,36	682,15	5.485,06	30.922,70
12,00	2,88	43,58	1,12	33,56	690,60	5.552,98	31.305,61
13,00	2,88	46,46 ⁴	1,13	33,76	698,60	5.617,31	31.668,30

Tabela 4 - Determinação das forças estáticas devido ao vento em cada andar.

Fonte: O autor.

4.3.2 Cálculo da pressão dinâmica do vento

Para a resposta dinâmica do edifício na direção do vento médio utilizou-se o Método Simplificado da NBR 6123 (ABNT, 1988). O método simplificado é aplicável a estruturas apoiadas exclusivamente na base e de altura inferior a 150 m, sendo considerada na resposta dinâmica delas unicamente a contribuição do modo fundamental. Os dados de projeto apresentam-se a seguir:

- a) localização: Natal-RN;
- b) velocidade básica do vento: V₀ = 30m/s;
- c) rugosidade do terreno: Categoria II;
- d) altura do edifício: h = 47,16m⁵;
- e) dimensão perpendicular à linha de ação da força: L₁ = 34,87m;
- f) dimensão paralela à linha de ação da força: L₂ = 10,58m;
- g) quanto às dimensões: Classe B (Toda edificação ou parte de edificação para a qual a maior dimensão horizontal ou vertical da superfície frontal esteja entre 20 m e 50 m);
- h) fator topográfico: S₁ = 1,0 (Terreno plano);
- i) categoria do terreno: S₂ = Categoria II;

⁴ A altura total do edifício é 47,16m, entretanto, na modelagem desconsideram-se a caixa d'água e o platô.

- j) fator estatístico: S₃ = 1,0;
- k) parâmetros meteorológicos: b = 1,00, F_r = 0,98 e p = 0,15;
- l) número de pavimentos = 15;
- m) razão de amortecimento crítico: ζ = 0,02;
- n) parâmetro da norma: γ = 1,2; e
- o) coeficiente de amplificação dinâmica: $\xi = 1,15$.

As forças dinâmicas do vento que incidem em cada pavimento são determinadas pela equação (19), o resultado é apresentado na Tabela 5.

		-	2			
Nível	z (m)	V _p (m/s)	q₀ (N/m²)	q(z) (N/m²)	F₀ (N/m) (Face menor do edifício)	F ₀ (N/m) (Face maior do edifício)
-	0,00	20,70	262,66	0,00	0,00	0,00
Térreo	3,98	20,70	262,66	227,62	1.830,26	10.318,34
Mezanino	9,02	20,70	262,66	330,43	2.656,94	14.978,85
1,00	11,90	20,70	262,66	382,40	3.074,77	17.334,42
2,00	14,78	20,70	262,66	432,37	3.476,63	19.599,92
3,00	17,66	20,70	262,66	481,22	3.869,35	21.813,96
4,00	20,54	20,70	262,66	529,39	4.256,68	23.997,57
5,00	23,42	20,70	262,66	577,16	4.640,84	26.163,32
6,00	26,30	20,70	262,66	624,72	5.023,26	28.319,23
7,00	29,18	20,70	262,66	672,18	5.404,87	30.470,62
8,00	32,06	20,70	262,66	719,62	5.786,34	32.621,20
9,00	34,94	20,70	262,66	767,10	6.168,12	34.773,56
10,00	37,82	20,70	262,66	814,67	6.550,56	36.929,60
11,00	40,70	20,70	262,66	862,34	6.933,90	39.090,70
12,00	43,58	20,70	262,66	910,15	7.318,31	41.257,88
13,00	46,46	20,70	262,66	958,11	7.703,94	43.431,90

Tabela 5 - Determinação das forças dinâmicas devidas ao vento em cada andar.

Fonte: O autor.

4.3.3 Cálculo das forças nodais equivalentes

Em análise de estruturas com ações aplicadas em barras, essas ações podem ser substituídas por forças nodais iguais aos esforços de engastamento perfeito dessas barras, com sentidos contrários, denominadas *forças nodais equivalentes*. Esse conceito é muito utilizado no âmbito da análise por elementos finitos, cuja discretização da estrutura é composta por elementos de barras ou por elementos de viga.

Este conceito consiste na substituição do carregamento distribuído real, ao longo do elemento, por forças e momentos equivalentes nos seus nós, de forma a gerar o mesmo estado de equilíbrio e de deformações que o carregamento original (SORIANO, 2006).



Figura 14 - Carga uniformemente distribuída e respectivas forças nodais equivalentes.

O vetor das forças nodais equivalentes é dado por:

$$F = \begin{cases} pL/2 \\ pL^{2}/12 \\ pL/2 \\ -pL^{2}/12 \end{cases}$$
(27)

Para um carregamento trapezoidal, os esforços nodais são:

$$F = \begin{cases} \frac{L}{20}(3p_{2} + 7p_{1}) \\ \frac{L}{60}(2p_{2} + 3p_{1}) \\ \frac{L}{20}(7p_{2} + 3p_{1}) \\ -\frac{L}{60}(3p_{2} + 2p_{1}) \end{cases}$$
(28)

A Tabela 6 apresenta os valores das forças nodais equivalentes atuantes em cada um dos nós das faces lateral esquerda e frontal do edifício (Ver Figura 8a), onde z é altitude de cada nó; e F_{eq} , é a soma das forças nodais equivalentes resultante em cada nó obtidas pela equação (28). Os perfis dos carregamentos estático e flutuante são mostrados no Gráfico 6.

Fonte: Azevedo (2003).

		Parcela Estática		Parcela Flutuante	
Nível	z (m)	F _{eq} (N) (PORT8)	F _{eq} (N) (PORT3)	F _{eq} (N) (PORT8)	F _{eq} (N) (PORT3)
0,00	0,00	2.154,80	12.147,97	1.092,67	6.160,05
Térreo	3,98	14.556,48	82.063,94	7.786,79	43.899,00
Mezanino	9,02	16.220,45	91.444,80	10.077,03	56.810,50
1,00	11,90	12.643,49	71.279,26	8.848,45	49.884,21
2,00	14,78	13.152,76	74.150,32	10.008,75	56.425,54
3,00	17,66	13.584,59	76.584,78	11.141,41	62.811,06
4,00	20,54	13.961,25	78.708,26	12.257,88	69.105,29
5,00	23,42	14.296,38	80.597,61	13.364,87	75.346,12
6,00	26,30	14.599,00	82.303,64	14.466,63	81.557,42
7,00	29,18	14.875,38	83.861,81	15.565,96	87.755,03
8,00	32,06	15.130,12	85.297,93	16.664,79	93.949,82
9,00	34,94	15.366,66	86.631,44	17.764,48	100.149,45
10,00	37,82	15.587,66	87.877,34	18.866,01	106.359,45
11,00	40,70	15.795,22	89.047,49	19.970,09	112.583,86
12,00	43,58	15.991,03	90.151,42	21.077,26	118.825,66
13,00	46,46	8.061,14	45.445,66	10.927,08	61.602,76

Tabela 6 - Determinação das forças nodais equivalentes relativas aos efeitos estáticos e dinâmicos dovento.

Fonte: O autor.



Gráfico 6 - Pressão do vento em função da altura do edifício.

Fonte: O autor.

4.4 Respostas estáticas e dinâmicas na direção do vento

A resposta dinâmica total, de uma estrutura fracamente amortecida submetida às cargas de vento, é igual à *superposição das respostas média e flutuante da estrutura*. O termo "respostas dinâmicas" é utilizado para designar as grandezas de sistemas que variam com o tempo, tais como: deslocamentos, velocidades, acelerações, esforços, etc.

A frequência fundamental apresentada pelo PORT8 e modelo 3D são menores que 1Hz. Devido a isso, as análises procedentes para o estudo das rajadas foram realizadas para estes dois casos.

Considera-se que a ação do vento (estático e flutuante) atua na direção perpendicular às faces frontal e lateral esquerda do edifício estudado. Então, para o PORT8 as forças nodais equivalentes do vento, F_{eq}, são aplicadas nos nós do lado esquerdo do pórtico, na direção e sentido positivo do eixo x adotado. Já para o modelo 3D, essas forças nodais são aplicadas, perpendicularmente, em todos os nós das faces citadas anteriormente.

4.4.1 Análise estática

Na análise estática realizada no PORT8, os nós 16 e 123 (Figura 7) apresentam os maiores deslocamentos e esforços, respectivamente (Tabela 7). Na análise destes nós as forças F_0^6 (Tabela 5) são constantes ao longo do tempo, ou seja, são aplicadas estaticamente. Observa-se que as respostas estáticas referentes às pressões do vento estático são praticamente iguais àquelas apresentadas pelo vento flutuante.

	Nó 16	nó 123	
	Deslocamentos	F (1/NI)	
	máximos ⁷ (m)	F _x (KN)	IVIz (KIN.M)
Pressão flutuante	3,68E-02	-29,85	63,33
Pressão estática	3,43E-02	-29,15	62,77
Razão entre as respostas flutuantes	1.07	1.02	1.01
e estáticas	1,07	1,02	1,01

Tabela 7 - Respostas das análises estáticas no PORT8.

Fonte: O autor.

 $^{^{6}}$ F₀ é a amplitude máxima do pulso calculada pela equação (19).

⁷ Deslocamento na direção x.

No modelo 3D, os deslocamentos máximos nas direções x e y, pertencem ao nó 112 (Figura 8a). Quanto aos esforços máximos, F_x, F_y, M_x e M_y, estes localizam-se, respectivamente, nos nós 6, 141, 302 e 737 (Figura 8b). Este resultado é esperado já que os nós 6 e 302 e 141 e 737 correspondem às extremidades, respectivamente, dos pilares P9 e P10. O pilar P9 é o de maior inércia na direção y, e o P10 apresenta maior inércia na direção x. A Tabela 8 apresenta os deslocamentos e esforços máximos do modelo tridimensional. Observa-se, deste modo, que os esforços são muito maiores que os apresentados pelo modelo bidimensional.

	l'abela 8 - Respostas das analises estáticas do modelo 3D.					
	Nó 112		Nó 6	Nó 141	Nó 302	Nó 737
	Deslocamentos máximos em x (m)	Deslocamentos máximos em y (m)	F _x (KN)	F _y (KN)	M _x (KN.m)	M _y (KN.m)
Pressão flutuante	1,29E-02	4,90E-02	-206,42	-173,41	770,92	-845,58
Pressão estática	1,20E-02	4,57E-02	-211,40	-177,59	775,56	-829,26
Razão entre as respostas flutuantes e estáticas	1,07	1,07	0,98	0,98	0,99	1,02

Fonte: O autor.

4.4.2 Análise dinâmica

Nas análises dinâmicas consideram-se somente dois pulsos para as rajadas de Aguilera (2007) e três pulsos para as de Viana e Araújo (2009). Para cada tipo de pressão, estática e flutuante, as forças F_0 correspondentes obedecem às equações (23) e (24) que descrevem os pulsos assimétricos, e à equação (24) dos pulsos de decaimento repentino. O incremento de tempo utilizado nas análises dinâmicas é 0,05 s, para 100 passos de tempo. O valor do amortecimento estrutural considerado é 0,02.



Font	e:	0	au	tor	
1 0110	C ·	\sim	uи	001	

Conforme a história dos deslocamentos apresentados no Gráfico 7, quando o PORT8 é submetido às rajadas propostas por Aguilera (2007), ele exibe, predominantemente, deslocamentos positivos, e menores que os apresentados pelas rajadas de Viana e Araújo (2009). A quase inexistência de deslocamentos negativos em x indica que na estrutura não ocorre oscilação, sujeitando o pórtico a reagir com momentos positivos bem significativos.

Quando as respostas dinâmicas são divididas pela resposta estática da Tabela 7, obtém-se o fator de amplificação dinâmico. Nota-se que a amplitude máxima do PORT8, para as rajadas de Viana e Araújo (2009), é aproximadamente 1,5 vezes maior que o estático, tornando-se um fator preocupante.

É interessante observar que para as rajadas de Aguilera (2007), o maior deslocamento dinâmico é aproximadamente igual ao estático (Gráfico 8). Nota-se que há uma tendência de linearização da função temporal de Aguilera (2007), isso confere à estrutura, sofrer quase nenhuma influência aos efeitos dinâmicos das rajadas, no decorrer do tempo. Isso indica que o edifício assume um comportamento estático.



Gráfico 8 - Fator de amplificação dinâmico em deslocamento para o nó 16 do PORT8.

Fonte: O autor.





Fonte: O autor.



Gráfico 10 - Fator de amplificação dinâmico em momento para o nó 16 do PORT8.

Fonte: O autor.

O mesmo comportamento apresentado para o deslocamento é exibido para os esforços (Gráfico 9 e Gráfico 10).

Através do Gráfico 11, observa-se que os deslocamentos da análise tridimensional são um pouco maiores que os apresentados no 2D. As rajadas de Aguilera no 3D não exibem predominância de deslocamentos negativos, embora, estes sejam de valores bem pequenos, quando comparados aos de Viana e Araújo (2009).



Gráfico 11 - Deslocamentos na direção y para o nó 112 do modelo 3D (análise dinâmica).

Fonte: O autor.

Constata-se, que a amplitude dos esforços e deslocamentos nos nós escolhidos para representar graficamente suas respostas dinâmicas, são bem maiores para as rajadas de Viana e Araújo (2009). Assim como no modelo 2D, no modelo tridimensional, o comportamento dos esforços é similar ao apresentado pelos deslocamentos (Ver Gráfico 12, Gráfico 13 e Gráfico 14).



Gráfico 12 - Fator de amplificação dinâmico em deslocamento para o nó 112 do modelo 3D (direção

Gráfico 13 - Fator de amplificação dinâmico em força para o nó 141 do modelo 3D (direção y).





Gráfico 14 - Fator de amplificação dinâmico em momento para o nó 302 do modelo 3D (direção x).

5 CONCLUSÃO

O objetivo deste trabalho é analisar bi e tridimensionalmente o edifício estudado por Viana (2008), submetido às ações dinâmicas do vento. Através da utilização do SAP2000 (CSI, 2008), demonstra-se que a análise 3D do edifício em estudo configura melhor representação da realidade e mais a favor da segurança, que a abordagem 2D de pórticos, já que as respostas estáticas e dinâmicas devido à excitação estrutural, são muito maiores na análise tridimensional. Conclui-se, portanto, que desse ponto de vista a análise 3D é imprescindível.

Além da representação 3D do edifício, neste trabalho comprova-se que mesmo representando as rajadas de vento por funções temporais de mesma família, a estrutura pode se comportar de maneira distinta. O edifício estudado foi submetido a dois modelos de representação de rajadas de vento por pulsos triangulares sucessivos, um deles é o pulso assimétrico (AGUILERA, 2007) e o outro é o pulso de decaimento repentino (VIANA e ARAÚJO, 2009).

Quase todas as respostas estáticas e dinâmicas apresentadas pelo modelo tridimensional são maiores que as exibidas pelo bidimensional, todavia, há casos em que a análise 3D não é viável de ser executada, muitas vezes em virtude da falta de tempo para a elaboração de projetos de engenharia. Deste modo, a adoção da análise 2D como simplificação é bem aceita.

Quanto às amplificações das respostas dinâmicas (deslocamentos e esforços máximos), o resultado apresentado é praticamente o mesmo para a abordagem bidimensional, sendo que o fator de amplificação máximo está em torno de 1,5. Isso também ocorre aos resultados obtidos no modelo tridimensional, excetuando-se o fator de amplificação dinâmico em momento na direção x, que é aproximadamente igual a 5,0.

Estruturas altas e flexíveis apresentam frequências naturais baixas, e analogamente, estruturas baixas e rígidas possuem frequências naturais altas. Apesar do edifício analisado não ser considerado alto para os padrões internacionais, ele apresenta frequência fundamental inferior a 1Hz, e neste caso, por causa da intensificação dos efeitos turbulentos do vento, a NBR 6123 (ABNT, 1988) recomenda proceder à análise dinâmica.

As frequências naturais para cada modo de vibração do PORT3, PORT8 e modelo 3D, decrescem nessa ordem. Portanto, a maior flexibilidade entre as estruturas é apresentada no modelo 3D.

Para diminuir os efeitos do vento em edifícios altos, podem-se adotar medidas mitigadoras, como: diminuição do coeficiente de arrasto, que pode ser conseguido modificando-se o formato das fachadas do edifício, chanfrando-se os cantos, buscando-se, então, alterações em sua aerodinâmica. Outra medida para minimizar esses efeitos é aumentar as frequências naturais do edifício, utilizando-se estruturas de contraventamento como pilares-parede, uma vez que isso aumenta ainda mais a rigidez do prédio.

REFERÊNCIAS

AGUILERA, J. R. F. **Estruturas treliçadas esbeltas sob ação do vento**. 2007. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

ALVES FILHO, A. Elementos finitos: a base da tecnologia CAE. Análise dinâmica. 2 ed. São Paulo: Érica, 2011.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6123: Forças devidas ao vento em edificações. Rio de Janeiro, 1988.

_____. NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto. Rio de Janeiro, 2003.

AZEVEDO, A. F. M. **Método dos elementos finitos**. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto. Porto, Portugal, 2003.

BARBOZA, R. R. **Modelagem do comportamento dinâmico de edifícios mistos (aço - concreto) submetidos à ação do vento**. 2012. 119 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) -Faculdade de Engenharia, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2012.

BATTISTA, R.C.; PFEIL, M.S. **Control of wind oscillations of rio-niterói bridge**. Proceedings of the Institution of Civil Engineers - Structures and Buildings, pg. 87–96, 2010.

BLESSMANN, J. 2007, Engenharia do vento mais segura e otimização nas edificações. Conselho em Revista – Revista do CREA-RS. Rio grande do Sul, n. 34, jun. 2007. Revista técnica, p. 14. Entrevista cedida a REISDÖRLER, A. F.

______. Introdução ao estudo das ações dinâmicas do vento. Rio Grande do Sul: Ed. Rio Grande do Sul: Editora da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 1998.

CARRIL JÚNIOR, C. F. **Análise numérica e experimental do efeito dinâmico do vento em torres metálicas treliçadas para telecomunicações**. 2000. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) -Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2000.

CHAVÉZ, E. S. **Análise estrutural de edifício alto submetido às pressões flutuantes induzidas pela ação do vento**. 2006. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Departamento de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

CHOPRA, A. K. **Dynamics of structures: theory and applications to earthquake engineering**. 2nd edition. New York: John. Wiley&Sons, 1995.

CLOUGH, R. W.; PENZIEN, J. Dynamics of structures. 3nd edition, New York: McGraw Hill, 1995.

CSI (COMPUTERS AND STRUCTURES, INC), SAP2000: Static and dynamic finite element analysis of structures. Versão 14, 2008.

FRANCO, M. **Direct Along – Wind Dynamic Analysis of Tall Structures**. Boletim Técnico da Escola Politécnica da USP. Depto. de Engenharia de Estruturas e Fundações. São Paulo: EPUSP, 1993, pg. 22.

JACOBSEN, L. S.; AYRE, R. S. **"Engineering Vibrations".** New York: McGraw-Hill Book Company, Inc., 1958.

JU, F.; CHOO, Y.S. Dynamic analysis of tower cranes. Journal of engineering mechanics; January, Pages 88-96, 2005.

SILVA, R. M.; BECK, J. C. P. Introdução à engenharia das vibrações: sistemas lineares e discretos. Porto Alegre: Ed. Universitária da PUCRS, 2012.

SORIANO, H. L. **Análise de estruturas - método das forças e método dos deslocamentos**. Ed. Ciência Moderna, 2006.

TREIN, C. A. **Modelagem dinâmica equivalente de edifícios altos submetidos a ação do vento**. 2005. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Rio Grande do Sul, 2005.

VAN DER HOVEN, I. Power spectrum of horizontal wind speed in the frequency range from 0,0007 to 900 cycles per hour. Journal Meteorological, pg 160 a 164, 1957.

VIANA, A.C.P. **Análise dinâmica de estruturas de edifícios submetidas a cargas de vento.** 2008. 64 f. Monografia (Graduação em Engenharia Civil) - Centro de Tecnologia, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2008.

VIANA, A.C.P.; ARAÚJO, T.D. **Análise dinâmica bidimensional de edifício submetido a rajadas de vento**. XXX Iberian Latin American Congress on Computational Methods in Engineering, CD-ROM, 15 páginas, Armação de Búzios, Rio de Janeiro/RJ, Brasil, 2009.

Ponte de Tacoma. Altura: 383 pixels. Largura: 520 pixels. 65,4 Kb. Formato JPEG. Disponível em: <u>http://www.cesterandco.com</u> . Acesso em: 25 jul 2024.