

MINIMIZAÇÃO DE PERDAS EM UMA REDE DE DISTRIBUIÇÃO ATRAVÉS DO PROBLEMA DE TRANSPORTE

¹Darlan Régis Fischer

²Joelson Lopes da Paixão

³Jordan Passinato Sausen

RESUMO

O planejamento da expansão e operação de sistemas elétricos tem a finalidade de eliminar os problemas existentes, sem abrir mão de garantir o melhor aproveitamento do dinheiro aplicado ou também para adequar casos existentes, diminuir perdas e aumentar índices de confiabilidade, resultando em uma melhor qualidade da energia. Neste trabalho, será apresentado e discutido um exemplo do Problema de Transporte (PT) no contexto de sistemas elétricos, abordando uma rede de distribuição de energia elétrica. Atualmente, sua aplicação direta na logística é utilizada como um caso especial do problema geral da Programação Linear (PL), através da utilização de métodos mais eficientes derivados do *simplex*, como o algoritmo de custo mínimo *out-of-kilter*, resultando em ganhos computacionais significativos. O Módulo de Redução de Perdas presente no *software* Otimiza é utilizado para solucionar o Fluxo de Potência Ótimo, no qual se pretende atender todas as cargas, obedecendo limites de carregamento de condutores. Além de estabelecer a melhor configuração para que, quando operando, o sistema apresente o menor custo de perdas.

Palavras Chave: *Minimização de perdas, Fluxo de Potência Ótimo, Problema de Transporte, Otimização do custo.*

I – INTRODUÇÃO

¹ Graduado em Engenharia Elétrica. E-mail: darlan_f@hotmail.com

² Graduado em Engenharia Elétrica. E-mail: joelson.paixao@hotmail.com

³ Graduado em Engenharia Elétrica. E-mail: jordansausen@hotmail.com

No contexto atual em que vivemos, a energia elétrica deixou de apenas proporcionar conforto e passou a ser um produto essencial para o funcionamento e desenvolvimento de todos os setores. Todo o desenvolvimento, expansão e modernização do país está diretamente vinculado e dependente ao setor elétrico. Desse modo, torna-se necessário aumentar a eficiência dos sistemas de energia, elevando seu nível de confiabilidade através da redução de perdas aliado a redução dos custos provenientes das mesmas. Neste trabalho, será apresentado e discutido um exemplo do Problema de Transporte (PT) no contexto de sistemas elétricos, abordando uma rede de distribuição na qual se pretende atender todas as cargas, obedecendo limites de carregamento de condutores em paralelo a redução das perdas elétricas.

Proveniente da necessidade de reduzir os custos referentes ao transporte de produtos entre a produção e o consumo, o PT tornou-se mais amplo, podendo ser empregado para solucionar outros problemas. Atualmente, sua aplicação direta na logística é utilizada como um caso especial do problema geral da Programação Linear (PL), podendo ser utilizado na solução de problemas de distribuição de energia elétrica [1]. Neste caso, tem-se uma estrutura característica na matriz de coeficientes das restrições de problemas de PL, onde existem muitos elementos nulos, geralmente encontrados em problemas com um grande número de variáveis de decisão. Estas, tornam lenta a aplicação direta do algoritmo *simplex*, de modo que o PT permite uma solução particular mais simples que o caso geral de PL.

Dessa forma, através da utilização de métodos mais eficientes derivados do *simplex*, como o algoritmo de custo mínimo *out-of-kilter*, esta aplicação resulta em ganhos computacionais significativos [1]. A resolução de um PT envolve basicamente três etapas, onde a primeira consiste em encontrar uma solução básica inicial, como no *simplex* tradicional. Posteriormente, a segunda etapa corresponde ao teste que verifica se a solução encontrada pode ou não ser melhorada. A última etapa corresponde a obtenção de uma solução melhor que a anterior, repetindo o processo até que a solução ótima seja encontrada [1].

Portanto, inicialmente será verificada a quantidade máxima de fluxo de potência que pode ser enviada, por exemplo, de uma subestação para um determinado centro de consumo, não havendo custo envolvido. Quando o fluxo que se deseja alocar é menor que o fluxo máximo da rede, então podem existir diferentes formas de distribuir este fluxo na mesma. Através dos algoritmos de custo mínimo, é possível determinar os caminhos entre a origem e o destino do fluxo com o menor custo possível [1]. Para resolver estes problemas são utilizados procedimentos chamados de algoritmos de resolução, como por exemplo, o algoritmo *out-of-kilter* [2]. No contexto de aplicação do algoritmo em uma rede de distribuição de energia, a mesma deve ser representada equivalentemente a uma rede de transporte. Então, através do Módulo de Redução de Perdas presente no *software* Otimiza é realizada a otimização. A PL pode ser utilizada como

ferramenta para solução da formulação gerada automaticamente pelo Otimiza, através da comparação da mesma pelo algoritmo *out-of-kilter* e/ou *simplex*.

Dessa forma, o PT deve solucionar a topologia respeitando a capacidade de despacho de cada alimentador. Além de estabelecer a melhor configuração para que, quando operando, o sistema apresente o menor custo de perdas. Através da utilização da PL, é possível definir o fluxo em cada trecho da rede e determinar quais trechos devem ser utilizados para otimizar a Função Objetivo (FO). Isso gera um problema de transporte, onde a otimização do custo de operação da rede é o objetivo principal do presente trabalho, buscando sua redução em paralelo a resolução do melhor caminho para atender as cargas conectadas à rede estudada. A análise técnica do sistema, assim como as simulações do mesmo são feitas no *software* Otimiza.

O restante do artigo está estruturado como segue. A Seção II apresenta a aplicação do PT em uma rede de distribuição de energia elétrica, além de descrever o método de distribuição do fluxo através do algoritmo *out-of-kilter*, que resulta no mínimo custo referente as perdas elétricas do caso estudado. Este caso, é detalhado na Seção III, onde são abordadas as características da rede e as premissas utilizadas para a formulação da função de otimização. Posteriormente, na Seção IV é apresentada a ferramenta de Fluxo de Potência Ótimo através da aplicação da PL para a solução do problema. Esta última, é apresentada na seção V, através dos resultados da otimização. E por fim, a Seção VI apresenta as conclusões do presente estudo.

II – MATERIAIS E MÉTODOS

Através da utilização de métodos mais eficientes derivados do *simplex*, como o algoritmo *out-of-kilter*, a aplicação do PT através dos algoritmos de custo mínimo torna possível determinar a distribuição de fluxo em uma rede de distribuição de energia elétrica ao menor custo possível, respeitando restrições como a capacidade máxima dos elementos da rede e da conservação do fluxo, através da primeira Lei de Kirchoff [1]. A Equação 1 representa a solução do problema básico.

$$\begin{aligned}
 & \min \sum_{k=1}^{n_{setas}} c_k x_k \\
 & \text{sujeito a} \\
 & \sum_{k \in \Omega_i^+} x_k - \sum_{k \in \Omega_i^-} x_k = 0 \quad i = 1, \dots, n_{nós} \\
 & 0 \leq L_k \leq x_k \quad k = 1, \dots, n_{setas} \\
 & x_k \leq U_k \quad (1)
 \end{aligned}$$

Onde, n_{setas} corresponde ao número de setas, $n_{nós}$ corresponde ao número de nós, x_k corresponde ao fluxo na seta k , c_k corresponde ao custo unitário de transporte da seta k , L_k corresponde ao fluxo mínimo na seta, U_k corresponde ao fluxo máximo na seta, Ω_i^+ corresponde ao conjunto de setas que incidem no nó i e, por fim, Ω_i^- corresponde ao conjunto de setas que emergem do nó i [1].

No contexto de aplicação do algoritmo em uma rede de distribuição de energia, a mesma deve ser representada equivalentemente a uma rede de transporte, com seus elementos representados através de nós e setas direcionais. Os nós referentes as cargas e as subestações realizam a conexão entre os mesmos ao nó de referência, que por sua vez, basicamente é um nó artificial da rede. Os nós de carga são representadas por uma seta, que por sua vez, é direcionada para o nó de referência. Os nós da subestação são representadas por uma seta, partindo do nó de referência para as cargas [1].

Portanto, quando um trecho da rede elétrica possui um único sentido provável de fluxo, sua representação se dá por meio de uma única seta em uma rede de transporte [1]. Quando existe um fluxo bidirecional, este é representado por duas setas na rede de transporte, uma para cada direção, uma vez que a PL não aceita entradas negativas para estabelecer seu sentido. Dessa forma, existem dois fluxos para cada caminho e, a partir das restrições, é estabelecido qual dos dois fluxos será utilizado, assim, sabe-se o sentido do mesmo. Em fluxos bidirecionais, a restrição é caracterizada de forma que um único fluxo pode ser selecionado e o mesmo deve ser menor ou igual ao fluxo máximo [1]. Para cada nó presente no sistema de distribuição, é estabelecida uma equação de igualdade. Para cada seta da rede, são estabelecidos os fluxos mínimo e máximo, o custo por unidade de fluxo e o sentido do fluxo. Através das setas da rede de transporte, o algoritmo estabelece caminhos fechados, rotulando os nós da rede de modo que seja estabelecido os valores de fluxo direcionais. Este é o princípio básico para minimizar o custo total do transporte, pois, para cada seta da rede é definida uma variável de custo unitário do transporte modificada, representada pela Equação 2.

$$\bar{c}_{ij} = c_{ij} + \pi_i - \pi_j \quad (2)$$

Onde, \bar{c}_{ij} representa o custo unitário de transporte modificado, c_{ij} representa o custo unitário do transporte, π_i representa o custo unitário de aquisição pelo nó i e, por fim, π_j representa o custo unitário de venda pelo nó j .

A partir deste custo modificado, é estabelecida a utilização ou não de uma seta para o transporte do fluxo de potência. Se $\bar{c}_{ij} < 0$, tem-se um ganho através do transporte pela seta. Se $\bar{c}_{ij} = 0$, o transporte pela seta é indiferente. Se $\bar{c}_{ij} > 0$, tem-se uma perda através do transporte pela seta [1].

Basicamente, o algoritmo *out-of-kilter* busca um caminho fechado por meio da alteração do fluxo, até que não ocorram violações de restrições, ou seja, até que ele esteja *in kilter* (“em ordem”). O algoritmo é finalizado quando não existir nenhuma seta *out-of-kilter* (“fora de ordem”). Portanto, inicialmente, todos os valores de fluxo e de potenciais nos nós são inicializados em zero. Neste momento as setas que representam os trechos de rede possuem um custo de transporte, representando o custo das perdas, em R\$/kW. As setas que representam as cargas são zeradas e as que representam as subestações recebem um custo, também em R\$/kW. Após isto, tem-se os valores de fluxo e de custos modificados, gerando uma classificação de todas as setas da rede de transporte, conforme mostra a Tabela 1.

Tabela 1: Classificação dos estados possíveis da rede de transporte.

Estados	\bar{c}	x	Situação
α	> 0	$x = L$	<i>in kilter</i>
β	$= 0$	$L \leq x \leq U$	<i>in kilter</i>
γ	< 0	$x = U$	<i>in kilter</i>
α_1	> 0	$x < L$	<i>out-of-kilter</i>
β_1	$= 0$	$x < L$	<i>out-of-kilter</i>
γ_1	< 0	$x < U$	<i>out-of-kilter</i>
α_2	> 0	$x > L$	<i>out-of-kilter</i>
β_2	$= 0$	$x > U$	<i>out-of-kilter</i>
γ_2	< 0	$x > U$	<i>out-of-kilter</i>

A partir da classificação (α, β, γ), objetiva-se alterar os fluxos das setas em situação *out-of-kilter* até atingir os critérios de satisfação da condição *in kilter*. Para isto, é utilizado um algoritmo rotulador, que aumenta o fluxo de uma determinada seta sem piorar a condição de outra. Entretanto, pode não ser possível encontrar um caminho sem piorar a condição de outro em situação *in kilter*. Então, o potencial ou custo unitário dos nós não rotulados são aumentados, resultando em novos valores de custo de transporte modificado. Este processo é repetido até não existir nenhum caminho em situação *out-of-kilter*, então o algoritmo é finalizado. Esta metodologia é utilizada pelo *software* Otimiza, através do Módulo de Redução de Perdas. Inicialmente, é montado o circuito o qual, por limitação do Otimiza, não pode apresentar mais que 20 barras. Dentro deste módulo é possível inserir Unidades Geradoras (Subestação), Cargas, Trechos de Linha, Chaves, entre outros. Para cada elemento inserido são configuradas suas grandezas e, quando a

montagem estiver pronta, o programa é executado. Por fim, são apresentados relatórios com a formulação equivalente de PL e *out-of-kilter*, além de um relatório geral com os despachos de cada subestação, fluxo por trecho e custo das perdas anuais, conforme será apresentado a seguir.

III – ESTUDO DE CASO

Com o objetivo de atender todas as cargas em paralelo a minimização de perdas, o estudo de caso aborda uma rede de distribuição de energia elétrica. Nesta, existem diferentes caminhos para escoar o fluxo de potência, obedecendo os limites de carregamento dos condutores através da escolha da melhor configuração para que, quando operando, o sistema apresente o mínimo custo de perdas. A rede contém 3 subestações de distribuição para atender 7 centros de carga através de 12 trechos, conforme ilustra a Figura 1.

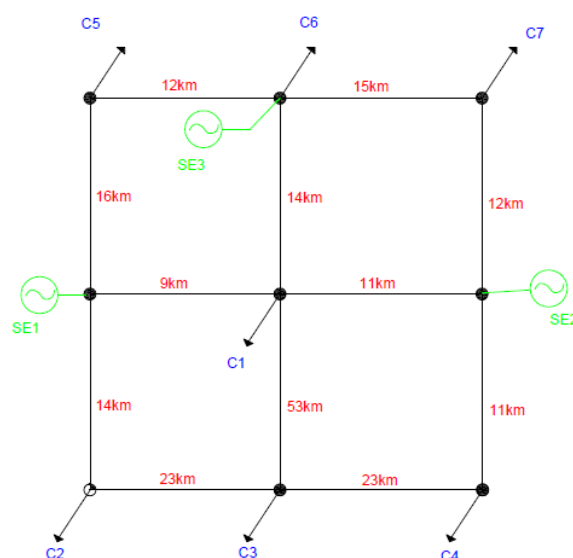


Figura 1: Sistema de distribuição estudado.

A otimização busca definir quais os trechos de rede devem ser utilizados de modo a atender todas as cargas, respeitar a capacidade de despacho de cada alimentador e obter o menor custo possível de perdas através da modificação do caminho escolhido para escoar o fluxo. Na Figura 1 são apresentados os possíveis trechos de rede a serem utilizados para atender as cargas, partindo das subestações. Ainda, as distâncias entre cada barra, bem como a localização das cargas concentradas também são apresentadas. Os trechos são representados por barras, que interligam as subestações e as cargas, com os pontos de conexão representados por nós.

Para formulação do PT, deve-se considerar o tipo e capacidade do condutor utilizado nos trechos, a capacidade de fornecimento de potência de cada alimentador e o custo de perda. Para a formulação da função de otimização foram consideradas algumas premissas, apresentadas a seguir:

- $R = 0,2 \Omega/\text{km}$
- $X = 0,5 \Omega/\text{km}$
- Capacidade do condutor = 11,95 MVA
- $SE1 = 12 \text{ MVA}$
- $SE2 = 15 \text{ MVA}$
- $SE3 = 10 \text{ MVA}$
- $C1, C3 = 4,12 \text{ MVA}$
- $C2, C4 = 5,39 \text{ MVA}$
- $C5 = 3,61 \text{ MVA}$
- $C6 = 4,47 \text{ MVA}$
- $C7 = 3,16 \text{ MVA}$
- Custo de perdas = 10\$/MVA/km

A partir dessas premissas, pode-se formular a função de minimização, considerando que só existem variáveis contínuas que representam o fluxo nas ligações. Neste caso, são observadas as restrições de carregamento dos trechos e das subestações. Importa ressaltar que, as perdas de energia são dadas como uma função linear dos fluxos. Desse modo, para cada ligação da rede, uma parcela de custo das perdas é avaliado pelo produto do valor de custo, pelo fluxo passante e pelo comprimento do trecho. Ainda, esta rede não é necessariamente radial, podendo operar em malha.

O software Otimiza possui uma aplicação onde é possível determinar a melhor configuração de rede para minimizar as perdas elétricas totais no sistema, como será exposto a seguir.

IV – FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO

A ferramenta de Fluxo de Potência Ótimo permite estabelecer a melhor condição de operação de um sistema elétrico em conformidade com um determinado objetivo [3]. Esta, é aplicada para a resolução de diversos problemas de planejamento da expansão e operação de sistemas elétricos de potência, tais como:

- Despacho econômico e seguro (operação em tempo-real, simulação do despacho em estudos de planejamento da operação e expansão);

- Redespacho preventivo e corretivo (operação em tempo-real);
- Minimização de perdas;
- Alocação de fontes de potência reativa (planejamento da expansão do suporte de reativos);
- Avaliação da confiabilidade composta de sistemas geração e transmissão;
- Planejamento da expansão de sistemas de transmissão;
- Tarifação de serviços de transmissão;
- Determinação de preços nodais de energia.

Neste estudo, o objetivo é definir quais os trechos de rede devem ser construídos em uma rede de distribuição, de modo que seja alcançada a condição de operação em que o sistema apresente a menor quantidade de perdas elétricas possível, respeitando os limites operativos dos equipamentos que compõem a rede estudada, além de atender outras restrições relativas à operação da mesma. Nesta ferramenta, as variáveis são divididas em variáveis dependentes (de estado) e variáveis independentes (de controle). A primeira caracteriza o estado de operação da rede elétrica e a segunda caracteriza as variáveis que serão alteradas durante o processo para tornar possível a determinação do ponto ótimo de operação do sistema [3].

Geralmente as variáveis de estado são o módulo e ângulo das tensões de fase em cada barra do sistema. Na prática, as variáveis de controle podem ser:

- Potência ativa e/ou reativa gerada em cada máquina;
- Módulo da tensão nas barras de geração;
- Posição de tap de transformador;
- Susceptância shunt de bancos de capacitores e reatores;
- Potência transmitida entre links DC;
- Fluxo de intercâmbio entre áreas;
- Reatância de capacitor série.

Como será utilizada a PL para a solução do problema, tanto a FO quanto as restrições são lineares. A PL apresenta como vantagem a identificação de casos sem solução real, além de tempos relativamente reduzidos de resolução, principalmente através da utilização de algoritmos de resolução, como o algoritmo *out-of-kilter*. Como não se sabe a direção real do fluxo, em cada trecho, são adotados fluxos bilaterais. Para formulação da PL, considerou-se os fluxos conforme disposto na Figura 2.

O *software* Otimiza oferece uma aplicação que pode ser utilizada para determinar a melhor configuração de trechos em uma rede de distribuição, a fim de minimizar as perdas elétricas totais,

atendendo as cargas de acordo com critérios técnicos operativos. Tais critérios se caracterizam por restrições de carregamento de condutores e das subestações de distribuição.

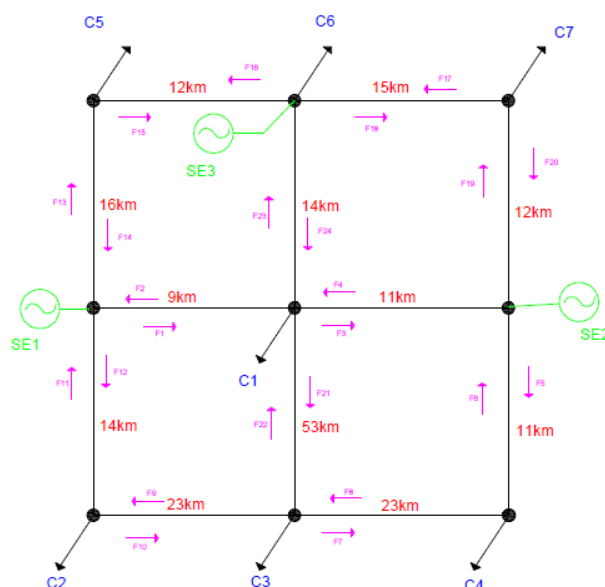


Figura 2: Sistema de distribuição para minimização das perdas, com direções arbitrárias de fluxo.

Na simulação, as perdas são linearizadas em função do fluxo de potência, em \$/MVA/km. A função a ser otimizada objetiva reduzir ao máximo as perdas relativas ao fluxo, sendo que o universo de soluções possíveis é delimitado pela capacidade de despacho de cada alimentador e pela capacidade dos cabos, obedecendo as Leis de Kirchhoff das Correntes (LKC). Portanto, na FO o conjunto de restrições de igualdade corresponde ao fechamento do balanço de carga e geração da rede estudada. As restrições são as equações da rede, tal como no fluxo de potência convencional [3]. Assim, a FO a ser otimizada é apresentada no Apêndice 1.

Vale ressaltar que, no desenvolvimento da programação, verificou-se que o *software* Otimiza apresenta algumas limitações na interpretação de equações. Isto é, dependendo de como uma equação for escrita, o programa não roda a PL, mesmo que a programação esteja certa. Por exemplo, se uma determinada igualdade for escrita com todas variáveis do mesmo lado da equação, sendo esta igualada a zero, o programa não conseguirá interpretar. No entanto, se a mesma igualdade for reescrita com as variáveis em um lado e uma constante no outro, o programa entenderá. Um exemplo disso, é que se uma determinada igualdade for escrita da seguinte forma: $F18 + F19 - F17 - F20 = 3.16$; o programa interpreta a entrada corretamente. Entretanto, se a equação for escrita da seguinte forma: $F18 + F19 - F17 - F20 - 3.16 = 0$; o programa não interpreta a entrada de forma correta.

Contudo, a PL pode ser utilizada como ferramenta para solução da formulação gerada automaticamente pelo Otimiza, através da comparação da mesma pelo algoritmo *out-of-kilter* e/ou *simplex*

V – RESULTADOS

A partir do Módulo de Redução de Perdas presente no *software* Otimiza, foi realizada a minimização da função de otimização, alcançando como resultado um custo mínimo relativo às perdas equivalente a, aproximadamente, \$ 3931,50. Ainda, o caminho percorrido pelo fluxo de potência, apresentado na Figura 3, estabelece os fluxos F1 e F8 com o valor de 4,12 MVA. Os fluxos F16 e F19 recebem o valor de 3,61 MVA. O fluxo F5 recebe o valor de 9,51 MVA. E por fim, o fluxo F12 recebe o valor de 5,39 MVA. Estes fluxos, estabelecem o caminho de potência percorrido pelo sistema, de modo que o restante dos fluxos é zerado. A subestação SE1 distribui 9,51 MVA ao sistema, a subestação SE2 distribui 12,67 MVA e a subestação SE3 distribui 8,08 MVA. Importa ressaltar que, estes valores são aproximados, e ainda, a solução ótima encontrada é detalhada no Apêndice 2.

A partir da execução do algoritmo, é apresentada na Figura 3 a configuração otimizada do sistema de distribuição, de modo que sejam atendidas todas as cargas com a menor perda admissível.

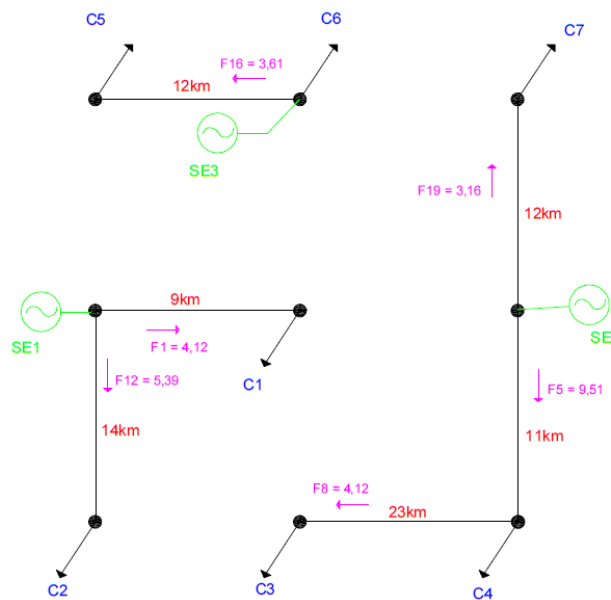


Figura 3: Reconfiguração do sistema após a otimização.

Ainda, por meio do Módulo de Redução de Perdas, o Apêndice 3 apresenta a rede inicial, e por fim, no Apêndice 4 é exposta a nova configuração da rede após a otimização realizada pelo *software* Otimiza.

VI – CONCLUSÕES

O planejamento da expansão e operação de sistemas elétricos tem a finalidade de eliminar os problemas existentes, sem abrir mão de garantir o melhor aproveitamento do dinheiro aplicado ou também

para adequar casos existentes, diminuir perdas e aumentar índices de confiabilidade, resultando em uma melhor qualidade da energia. Atualmente, a aplicação direta do PT na logística é utilizada como um caso especial do problema geral da PL, podendo ser utilizado na solução de problemas de distribuição de energia elétrica. Neste caso, tem-se uma aplicação direta do algoritmo *simplex* lenta, de modo que o PT permite uma solução particular mais simples que o caso geral de PL.

Nessa perspectiva, o presente trabalho evidenciou um exemplo do PT no contexto de sistemas elétricos, abordando uma rede de distribuição na qual se pretende alcançar o fluxo de potência ótimo. Desse modo, busca-se atender todas as cargas, obedecendo limites de carregamento de condutores em paralelo a redução das perdas elétricas. Para resolver este problema foi utilizado o algoritmo *out-of-kilter*, através do Módulo de Redução de Perdas presente no *software* Otimiza, juntamente com a utilização da PL como ferramenta para solução do fluxo de potência ótimo gerado automaticamente pelo programa. A partir desta técnica, foi possível determinar a melhor configuração de trechos em uma rede de distribuição, minimizando as perdas elétricas totais e atendendo as cargas de acordo com critérios técnicos operativos.

REFERÊNCIAS

- [1] N. Kagan; H. P. Schmidt; C. C. B. Oliveira e H. Kagan. Métodos de otimização aplicados a sistemas elétricos de potência, São Paulo: Editora Blucher, 2009. ISBN 978-85-212-0472-5.
- [2] V. B. G. Campos. Algoritmos para resolução de problemas em Redes, Rio de Janeiro: Instituto Militar de Engenharia.
- [3] C. L. T. Borges; J. M. T. Alves. Análise de Segurança Estática em Sistemas de Potência. Universidade Federal do Rio de Janeiro – UFRJ. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia Elétrica, Outubro 2010.

APÊNDICE 1

MIN 140.00F1 + 140.00F2 + 230.00F3 + 230.00F4 + 90.00F5 + 90.00F6 + 530.00F7 + 530.00F8 +
 110.00F9 + 110.00F10 + 110.00F11 + 110.00F12 + 230.00F13 + 230.00F14 + 160.00F15 + 160.00F16 +
 120.00F17 + 120.00F18 + 150.00F19 + 150.00F20 + 120.00F21 + 120.00F22 + 140.00F23 + 140.00F24
 SUBJECT TO

! restrições de geração das SEs:

G1 <= 12.00

G2 <= 15.00

G3 <= 10.00

! restrições de fluxo nos trechos:

F1 + F2 <= 11.95

F3 + F4 <= 11.95

F5 + F6 <= 11.95

F7 + F8 <= 11.95

F9 + F10 <= 11.95

F11 + F12 <= 11.95

F13 + F14 <= 11.95

$$F15 + F16 \leq 11.95$$

$$F17 + F18 \leq 11.95$$

$$F19 + F20 \leq 11.95$$

$$F21 + F22 \leq 11.95$$

$$F23 + F24 \leq 11.95$$

! restrições de fluxo nas chaves:

! restrições definidas pela lei de Kirchoff nas barras:

$$- F1 + F2 - F5 + F6 + F15 - F16 + G1 = 0.00$$

$$F5 - F6 - F7 + F8 - F9 + F10 + F23 - F24 = 4.12$$

$$F9 - F10 - F11 + F12 + F21 - F22 + G2 = 0.00$$

$$F1 - F2 - F3 + F4 = 5.39$$

$$F3 - F4 + F7 - F8 - F13 + F14 = 4.12$$

$$F11 - F12 + F13 - F14 = 5.39$$

$$- F15 + F16 - F17 + F18 = 3.61$$

$$F17 - F18 - F19 + F20 - F23 + F24 + G3 = 4.47$$

$$F19 - F20 - F21 + F22 = 3.16$$

END

!

! G1: geração da SE SE.1

! G2: geração da SE SE.2

! G3: geração da SE SE.3

! F1: fluxo no trecho T.5 (sentido b1:b.1 ==> b2:b.7)

! F2: fluxo no trecho T.5 (sentido b2:b.7 ==> b1:b.1)

! F3: fluxo no trecho T.8 (sentido b1:b.7 ==> b2:b.8)

! F4: fluxo no trecho T.8 (sentido b2:b.8 ==> b1:b.7)

! F5: fluxo no trecho T.1 (sentido b1:b.1 ==> b2:b.2)

! F6: fluxo no trecho T.1 (sentido b2:b.2 ==> b1:b.1)

! F7: fluxo no trecho T.2 (sentido b1:b.2 ==> b2:b.8)

! F8: fluxo no trecho T.2 (sentido b2:b.8 ==> b1:b.2)

! F9: fluxo no trecho T.3 (sentido b1:b.2 ==> b2:b.3)

! F10: fluxo no trecho T.3 (sentido b2:b.3 ==> b1:b.2)

! F11: fluxo no trecho T.4 (sentido b1:b.3 ==> b2:b.9)

! F12: fluxo no trecho T.4 (sentido b2:b.9 ==> b1:b.3)

! F13: fluxo no trecho T.6 (sentido b1:b.8 ==> b2:b.9)

! F14: fluxo no trecho T.6 (sentido b2:b.9 ==> b1:b.8)

! F15: fluxo no trecho T.7 (sentido b1:b.4 ==> b2:b.1)

! F16: fluxo no trecho T.7 (sentido b2:b.1 ==> b1:b.4)

! F17: fluxo no trecho T.9 (sentido b1:b.4 ==> b2:b.5)

! F18: fluxo no trecho T.9 (sentido b2:b.5 ==> b1:b.4)

! F19: fluxo no trecho T.10 (sentido b1:b.5 ==> b2:b.6)

! F20: fluxo no trecho T.10 (sentido b2:b.6 ==> b1:b.5)

! F21: fluxo no trecho T.11 (sentido b1:b.6 ==> b2:b.3)

! F22: fluxo no trecho T.11 (sentido b2:b.3 ==> b1:b.6)

! F23: fluxo no trecho T.12 (sentido b1:b.5 ==> b2:b.2)

! F24: fluxo no trecho T.12 (sentido b2:b.2 ==> b1:b.5)

APÊNDICE 2

Solução ótima encontrada:

$$Z = 3931,5000$$

$$F1 = 4,1200$$

$$F2 = 0,0000$$

$$F3 = 0,0000$$

$$F4 = 0,0000$$

$$F5 = 9,5100$$

$$F6 = 0,0000$$

$$F7 = 0,0000$$

$$F8 = 4,1200$$

$$F9 = 0,0000$$

$$F10 = 0,0000$$

$$F11 = 0,0000$$

$$F12 = 5,3900$$

$$F13 = 0,0000$$

$$F14 = 0,0000$$

$$F15 = 0,0000$$

$$F16 = 3,6100$$

$$F17 = 0,0000$$

$$F18 = 0,0000$$

$$F19 = 3,1600$$

$$F20 = 0,0000$$

$$F21 = 0,0000$$

$$F22 = 0,0000$$

$$F23 = 0,0000$$

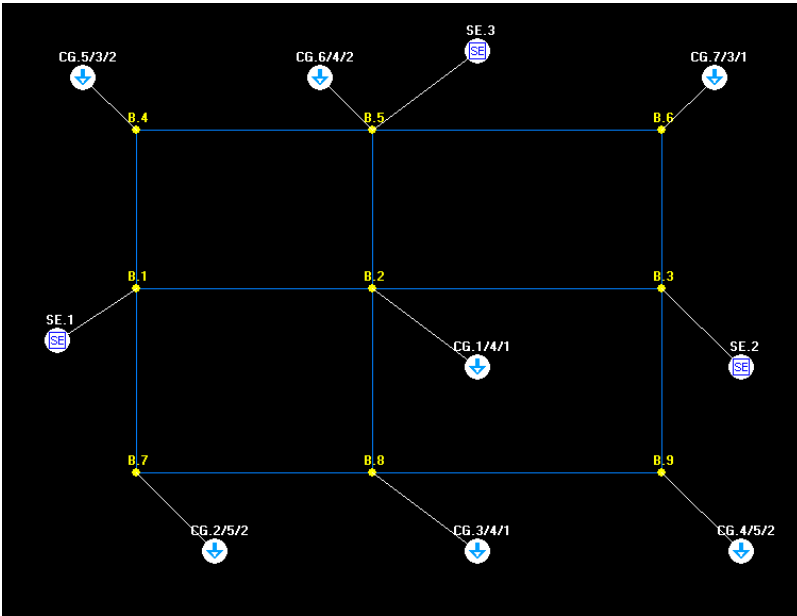
$$F24 = 0,0000$$

$$SE1 = 9,5100$$

$$SE2 = 12,6700$$

$$SE3 = 8,0800$$

APÊNDICE 3



APÊNDICE 4

