SEMANA ACADÊMICA
REVISTA CIENTÍFICA
ISSN 2236-6717

FUNDAMENTOS DE COMPUTAÇÃO QUÂNTICA EM CURSOS DE ENGENHARIA E INTERDISCIPLINARES

Márcio Macedo Santos[1]
https://orcid.org/0009-0000-5854-2791
Gladys Elizabeth Calle Cardeña[2]
https://orcid.org/0009-0006-7779-9035
William Júnio de Lima[3]
https://orcid.org/0009-0003-9773-6339

RESUMO

A computação quântica é uma área emergente que explora fenômenos quânticos para realizar cálculos com potencial de superar a computação clássica em problemas específicos. Dada sua relevância tecnológica e científica, torna-se essencial introduzir seus fundamentos nos currículos de cursos de graduação, especialmente nas áreas de Ciências Exatas, Engenharias e Interdisciplinares. O presente trabalho teve como objetivo analisar a viabilidade de integrar conceitos básicos de computação quântica em disciplinas já existentes nesses cursos. Para isso, foi realizada uma revisão bibliográfica abrangente e analisadas as estruturas curriculares de universidades selecionadas, identificando disciplinas como Álgebra Linear, Física Moderna e Probabilidade como bases propícias para introduzir conceitos como qbits, superposição e emaranhamento. Foram também mapeadas disciplinas que já abordam diretamente o tema entre os cursos selecionados. Além disso, o estudo propôs atividades pedagógicas, especialmente ligadas à disciplina de álgebra linear, que realizam uma aproximação suave dos estudantes com o campo da computação quântica. Destaca-se a importância de estratégias que incentivem a formação de futuros pesquisadores na área e do desenvolvimento de iniciativas para ampliar o acesso ao ensino de computação quântica, fortalecendo a posição do Brasil em uma área tecnológica estratégica.

Palavras-chave

Computação quântica; ensino; qbit.

Submetido em: 12/06/2025 – **Aprovado em**: 18/07/2025 – **Publicado em**: 18/07/2025

1 Docente, Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e do Mucuri, Minas Gerais – marcio.santos@ufvjm.edu.br.
2 Docente, Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e do Mucuri, Minas Gerais.
3 Docente, Instituto Federal do Norte de Minas Gerais, Minas Gerais.

http://dx.doi.org/10.35265/2236-6717-260-13177

FUNDAMENTALS OF QUANTUM COMPUTING IN ENGINEERING AND INTERDISCIPLINARY COURSES

ABSTRACT

Quantum computing is an emerging field that explores quantum phenomena to perform calculations with the potential to surpass classical computing in specific problems. Given its technological and scientific relevance, it is essential to introduce its basic concepts into undergraduate curricula, especially in the areas of Exact Sciences, Engineering, and Interdisciplinary courses. This study aimed to analyze the feasibility of integrating basic quantum computing concepts into classes in these courses. For this purpose, a literature review was conducted, and the curricular structures of selected universities were analyzed, identifying courses such as Linear Algebra, Modern Physics, and Probability as suitable bases for introducing concepts like qbits, superposition and entanglement. Classes that already directly address the topic among the selected courses were also mapped. Furthermore, the study proposed activities, especially linked to linear algebra, which provide a gentle introduction for students to the field of quantum computing. The importance of strategies that encourage the training of future researchers in the area and the development of initiatives to expand access to quantum computing education, strengthening Brazil's position in a strategic technological area, is highlighted.

Keywords

Quantum computing; education; qbit.

1 INTRODUÇÃO

O desenvolvimento dos computadores transformou o mundo moderno, permitindo avanços nas mais diversas áreas da sociedade. No meio científico, os computadores auxiliam no desenvolvimento de pesquisas e, em diversas áreas, representam a principal ferramenta de trabalho. Em situações em que o volume de dados a ser tratado é muito grande, computadores de alta performance ou clusters podem ser necessários (GARCÍA-RISUEÑO; IBAÑEZ, 2012). No entanto, existem problemas em que os recursos computacionais necessários para o tratamento crescem de forma exponencial com o volume de dados. Isto ocorre, por exemplo, na simulação de sistemas quânticos e na fatoração de grandes números, princípio básico para o protocolo de criptografia de informação (NIELSEN; CHUANG, 2000).

Já se conhece formas de resolver alguns problemas de forma mais eficiente através da computação quântica que explora propriedades que se manifestam em sistemas em escala atômica e molecular, mas que não são observadas no mundo macroscópico (MONTANARO, 2016). Importantes exemplos são os algoritmos de Grover, para busca de itens em um conjunto de dados, e o algoritmo de Shor, que resolve a fatoração de um número e está diretamente ligado ao problema de criptografia, sendo uma força motora no desenvolvimento da criptografia quântica, uma solução para proteção de dados (GROVER, 1997; SHOR, 1994). Um algoritmo relevante na história da computação quântica foi desenvolvido por David Deutsch e Richard Jozsa, em que se pode determinar a classe de uma função matemática (constante ou balanceada) de maneira mais eficiente que no caso clássico. Mesmo que o ganho computacional não seja tão grande como em outros problemas, este algoritmo representa, de maneira simples, a vantagem da computação quântica sobre a convencional em casos específicos (DEUTSCH; JOZSA, 1992).

Recentes demonstrações de realizações de tarefas em computadores quânticos têm se tornado mais frequentes e envolvido uma quantidade maior de bits quânticos, contando com protocolos de correção e prevenção de erros. Diversas formas de implementar bits quânticos são aplicadas nas demonstrações como, circuitos supercondutores, circuitos ópticos, pontos quânticos, íons e átomos neutros em armadilhas (FIGGATT, C. et al., 2017; GRAHAM, T.M. et al., 2022; WATSON, T. F. et al., 2018; WU et al., 2021; ZHONG et al., 2021). As frequentes publicações de avanços na área indicam o esforço e a atenção dada por empresas privadas e governos para que se possa desenvolver em primeira mão um computador quântico que possa executar tarefas de grande porte intratáveis em computadores clássicos e, com isso, obter vantagens tecnológicas sobre entidades concorrentes.

Considerando-se os potenciais oportunidades de pesquisa e desenvolvimento na área de computação e informação quântica e os impactos que podem gerar na área de tecnologia e segurança, é importante que exista um contingente significativo de pessoas com conhecimento especializado na área.

Para acrescentar à comunidade de pesquisadores já atuantes, é importante que os estudantes de todos os níveis de formação sejam apresentados ao potencial de desenvolvimento em computação quântica, assim como aos seus conceitos básicos. Esse contato pode estimular o interesse dos estudantes com potencial de se tornarem futuros pesquisadores.

Os princípios básicos da computação quântica se assemelham em grande parte aos da computacional convencional, ou clássica. Em um primeiro momento, disciplinas de álgebra linear, presentes geralmente no primeiro semestre de cursos das áreas de Ciências Exatas e Engenharias, podem fornecer ferramentas matemáticas básicas para o desenvolvimento de um conhecimento em que os fundamentos do estado dos bits quânticos e das operações lógicas que manipulam o estado destes entes. Outras disciplinas na área de matemática podem introduzir ferramentas para o desenvolvimento de conceitos mais avançados em computação e informação quântica. Disciplinas na área de computação também são úteis pela introdução de princípios da computação convencional que podem ser estendidos para a computação quântica de forma razoavelmente breve. Naturalmente, para que se tenha uma visão geral da computação quântica, é importante que os princípios básicos de mecânica quântica sejam apresentados, em um curso dedicado à Física Quântica ou mesmo de forma resumida em uma disciplina não especializada.

A adequada identificação de disciplinas que apresentem temas importantes à área de computação quântica contribui para que se possa elaborar um plano estratégico para a formação de mais pesquisadores especializados. Isso é imprescindível para que se tenha uma comunidade científica capaz de desenvolver protocolos de computação e desenvolver essa tecnologia de forma geral, com vistas ao fortalecimento de uma área tecnológica que pode ser estratégica tanto a curto quanto a longo prazo, tomando por exemplo questões de segurança de informação citadas anteriormente.

Especialmente no ensino superior, os princípios básicos e as ferramentas matemáticas fundamentais da computação quântica podem ser abordados, ainda que de forma introdutória, em disciplinas de semestres iniciais. Neste trabalho, realizou-se uma pesquisa sobre a estrutura curricular de cursos na área de Engenharias e Interdisciplinar, além de Ciências da Computação, a fim de identificar disciplinas de semestres iniciais em que os fundamentos da computação quântica podem ser abordados. Buscou-se, ainda, encontrar disciplinas dos cursos selecionados que abordam diretamente este assunto em sua ementa e propor como esta área pode ser introduzida nas disciplinas de forma que se tenha um estimulo à formação de pesquisadores em computação quântica.

2 IDENTIFICAÇAO DE DISCIPLINAS COMPATÍVEIS

Para que se possa identificar com clareza disciplinas com potencial de introdução ao tema de computação quântica, é importante que se delimite de forma adequada os princípios básicos desta área de conhecimento.

2.1 Princípios matemáticos básicos

A computação quântica apresenta princípios que, em boa parte, podem ser abordados através de temas simples ou intermediários em disciplinas de graduação. Os princípios básicos centram-se em conceitos como qbits, superposição, emaranhamento, portas quânticas e algoritmos quânticos e são apresentados a seguir de forma breve.

O qbit, ou bit quântico, é a unidade fundamental de informação na computação quântica, análoga ao bit clássico. Enquanto um bit clássico pode representar 0 ou 1, um qbit pode existir em uma superposição de estados, como uma combinação linear. Estes estados podem ser representados de forma matricial, o que é fundamental para a compreensão e manipulação de estados quânticos em computação quântica. Esta representação matricial permite descrever matematicamente as operações que atuam sobre os qbits. A base computacional de um qbit é representada pelos vetores $|0\rangle$ e $|1\rangle$, que correspondem, respectivamente, aos estados "0" e "1" de um bit clássico. Matricialmente, a base computacional de um qbit, representada pelos vetores $|0\rangle$ e $|1\rangle$, é:

$$|0\rangle = \begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix},\ |1\rangle = \begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}.$$

Um estado geral de um qbit, representado por $|\psi\rangle$, é uma combinação linear destes dois estados da base, dado por: $|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$, onde α e β são amplitudes complexas que obedecem à condição de normalização $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$ (NIELSEN; CHUANG, 2000). A probabilidade de medir o estado $|0\rangle$ é $|\alpha|^2$, e a de medir $|1\rangle$ é $|\beta|^2$. Essa superposição permite que um qbit represente múltiplos estados simultaneamente, o que não é possível com bits clássicos, e é o que confere aos computadores quânticos o potencial de realizar cálculos que estão além do alcance dos computadores clássicos. O estado geral $|\psi\rangle$ pode ser expresso matricialmente como:

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle = \alpha\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix} + \beta\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\alpha\\\beta\end{bmatrix}.$$

A importância da superposição na computação quântica reside na sua capacidade de permitir que um computador quântico explore múltiplas soluções de um problema simultaneamente. Isso contrasta com os computadores clássicos, que precisam examinar cada solução separadamente. A superposição possibilita o paralelismo quântico, onde o computador opera sobre todas as possibilidades simultaneamente, aumentando significativamente a eficiência em determinados tipos de problemas.

A representação matricial também é crucial para descrever as transformações que os qbits sofrem através de aplicação de portas lógicas quânticas, que são representadas por matrizes unitárias. As operações dessas portas em um estado são obtidas através da multiplicação da matriz da porta lógica pelo vetor que representa o estado do qbit. Por exemplo, as portas lógicas X (também denominada NOT), Y, Z e a porta de Hadamard (H) podem ser representadas pelas seguintes matrizes:

$$X = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \qquad Y = \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}, \qquad Z = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \qquad H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Em geral, em computação quântica utiliza-se um conjunto de qbtis que são submetidos a uma sequência de aplicações de portas lógicas a fim de se obter algum resultado que possa ser medido através do estado final do conjunto de qbits. Quando se trabalha com múltiplos qbits, o sistema é descrito por matrizes de dimensões maiores. Por exemplo, um sistema de dois qbits tem uma base computacional de quatro estados: $|00\rangle$, $|01\rangle$, $|10\rangle$ e $|11\rangle 10$. A representação matricial destes estados é obtida pelo produto tensorial entre os vetores de estado dos dois qbits para se obter:

$$|00\rangle = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, |01\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, |10\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, |11\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Um estado geral de dois qbits é descrito por uma combinação linear desses quatro estados, e a sua representação matricial será um vetor de quatro componentes. As portas que atuam sobre dois qbits são representadas por matrizes 4x4. Um exemplo importante é a porta CNOT, que aplica a operação NOT sobre um qbit alvo condicionado ao estado de um qbit controle. Sua representação matricial é:

$$CNOT = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

A sequência de aplicações de portas lógicas sobre um conjunto de qbits pode formar um algoritmo para realização de alguma tarefa específica. Este conjunto de operações e qbits pode ser representado na forma de circuitos quânticos que são modelos computacionais que representam algoritmos quânticos, análogos aos circuitos lógicos da computação clássica. Um algoritmo quântico geralmente envolve três etapas: a inicialização dos qbits em um estado conhecido, a aplicação de uma sequência de portas quânticas e a medição dos estados finais.

Em geral, a operação de portas lógicas de múltiplos qbits sobre os estados de superposição pode gerar emaranhamento, um recurso importante para a diferenciação de desempenho entre computadores quânticos e clássicos em determinadas tarefas. Em estados emaranhados, não é possível escrever o estado do sistema como um único produto entre os estados dos diferentes qbits de modo que o estado de um não pode ser descrito independentemente dos outro. Essa correlação persiste mesmo que os qbits estejam separados por grandes distâncias.

O emaranhamento pode ser gerado através de operações específicas aplicadas a qbits, como a combinação da porta Hadamard e da porta CNOT. Por exemplo, aplicando uma porta H a um qbit inicializado em um dos estados base e, em seguida, uma porta CNOT entre este qbit e outro, também inicializado em um dos estados base, é possível criar um estado emaranhado conhecido como estado de Bell. Existem quatro estados de Bell possíveis:

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle), \qquad \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle - |11\rangle), \qquad \frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle + |10\rangle), \qquad \frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle - |10\rangle).$$

Em resumo, os princípios básicos da computação quântica envolvem a manipulação de qbits através de portas quânticas, a construção de circuitos quânticos para implementar algoritmos e a exploração de propriedades quânticas como superposição e emaranhamento para alcançar vantagens computacionais. Esses conceitos, embora enraizados na mecânica quântica, podem ser apresentados de forma acessível, com foco na álgebra linear e programação, permitindo que estudantes de diversas áreas explorem este campo de pesquisa.

2.2 Disciplinas compatíveis com princípios básicos de computação quântica

Os conceitos básicos de computação quântica podem ser abordados em diversas disciplinas tradicionais dos cursos de engenharia e outras ciências exatas, ainda que de forma superficial, para introduzir os estudantes a este campo. Pelo exposto, faz-se óbvio de que a álgebra linear é uma disciplina com grande potencial. A computação quântica pode ser introduzida como uma aplicação de álgebra linear, tornando o tema acessível sem exigir conhecimento prévio de mecânica quântica.

Esta abordagem trata a computação quântica como uma forma de se entender a mecânica quântica, invertendo o caminho tradicional (SALEHI; SESKIR; TEPE, 2020; TEMPORÃO *et al*., 2022).

Pelo natural proximidade com o campo, disciplinas introdutórias de computação também podem apresentar algumas ideias de computação quântica. Conceitos básicos como bits clássicos, portas lógicas (AND, OR, NOT) e algoritmos podem ser comparados com qbits, portas quânticas e algoritmos quânticos. O estudo de algoritmos quânticos simples, como o de Deutsch-Jozsa, pode ser realizado para se verificar as diferenças entre os modelos de computação convencional e quântico. Pode-se apresentar a computação quântica como uma generalização da computação clássica. A linguagem Python com o pacote Qiskit pode ser utilizada para simulações e para programação em computadores quânticos reais.

Disciplinas na área de probabilidade e estatística podem abordar a computação quântica através dos conceitos de probabilidade, amplitude e superposição, trabalhando-se a natureza probabilística da medição quântica. Este é um fator importante, visto que a probabilidade de obter um determinado resultado após uma medição de um qbit é fundamental para entender a computação quântica. Além disso, conceitos de distribuições de probabilidade são fundamentais para interpretar os resultados de simulações e experimentos quânticos. O conceito de superposição pode ainda ser melhor discutido em disciplinas que abordem oscilações e fenômenos ondulatórios.

De uma maneira mais avançada, disciplinas de Física Moderna ou Mecânica Quântica podem introduzir os conceitos de superposição e emaranhamento quântico a partir de uma perspectiva histórica, mostrando as limitações da física clássica e a necessidade de uma nova teoria para explicar os fenômenos observados. No contexto dessas disciplinas podem ser realizadas atividades com maior profundidade, como discutir o desenvolvimento temporal dos estados dos qbits, as diferentes implementações físicas da computação quântica e as perspectivas tecnológicas na área.

3 BUSCA E ANÁLISE DE EMENTAS

Pelas áreas das disciplinas expostas anteriormente, nota-se que cursos das áreas de ciências exatas e engenharias são candidatos naturais para se introduzir conceitos básicos de computação quântica, ou mesmo para se implementar disciplinas voltadas especificamente para a computação quântica. Neste trabalho, opta-se por limitar o estudo a cursos interdisciplinares em Ciência e Tecnologia e cursos de Engenharia (Quadro 1). Um dos motivos desta escolha é a realidade local da instituição a qual esta pesquisa está vinculada que oferece cursos desta área, de forma que os pesquisadores podem, em uma possível ação futura, aplicar diretamente o conhecimento obtido e organizado neste trabalho.

Além do mais, as disciplinas identificadas neste trabalho são comuns à maioria dos cursos das áreas de conhecimento aqui delimitadas, de forma que o que se propõe aqui pode ser facilmente adaptada a outros cursos. Pelo potencial da área, também serão avaliados neste trabalho ementas de cursos de Ciência da Computação, ao passo que cursos como Física não serão avaliados por serem diretamente ligados às origens do tema e podem trabalhar naturalmente a computação quântica na graduação.

A inclusão de cursos interdisciplinares em Ciência e Tecnologia na análise das ementas é essencial, pois esses programas têm como característica integrar conhecimentos de diferentes áreas, como física, matemática, computação e engenharia, que são fundamentais para a compreensão e aplicação de conceitos de computação quântica. Para a análise, foram selecionados os cursos das universidades Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e do Mucuri (UFVJM), Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN), Universidade Federal de São Paulo (UNIFESP) e Universidade Federal do ABC (UFABC).

Quadro 1 – Cursos de graduação selecionados

Instituição	Curso
UFABC	Ciência e Tecnologia
UFMG	Engenharia Civil
	Engenharia Elétrica
	Engenharia Mecânica
UFPE	Ciência da Computação
	Engenharia Civil
	Engenharia da Computação
	Engenharia Elétrica
	Engenharia Eletrônica
	Engenharia de Materiais
	Engenharia Mecânica
	Engenharia de Produção
UFRGS	Ciência da Computação
	Engenharia Civil
	Engenharia de Computação
	Engenharia Elétrica
	Engenharia de Materiais
	Engenharia Mecânica
UFRJ	Ciência da Computação
	Engenharia Civil
	Engenharia de Computação e Informação
	Engenharia Elétrica: Ênfase em Eletrônica
	Engenharia Eletrônica e de Computação
	Engenharia de Materiais
	Engenharia Mecânica
	Engenharia de Produção
UFRN	Ciências e Tecnologia
UFVJM	Ciência e Tecnologia
	Engenharia Civil
	Engenharia Elétrica
	Engenharia Hídrica
	Engenharia de Materiais

	Engenharia Mecânica
	Engenharia de Produção
UNIFESP	Ciência e Tecnologia
USP	Ciência da Computação
	Engenharia Civil
	Engenharia de Computação
	Engenharia Elétrica
	Engenharia de Materiais
	Engenharia Mecânica

Fonte: os autores

Para a análise em cursos de engenharia, foram selecionadas as universidades UFVJM, Universidade de São Paulo (USP), Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG), Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS) e Universidade Federal de Pernambuco (UFPE), baseando-se em critérios que garantem a representatividade, a qualidade e a relevância dos dados coletados. A primeira universidade foi selecionada por ser a instituição em que esta pesquisa está sendo realizada. As demais universidades estão consistentemente entre as melhores do Brasil, como registrado, por exemplo, pelo Ranking Universitário Folha (FOLHA DE SÃO PAULO, 2025). Além disso, essas instituições oferecem uma diversidade geográfica significativa, representando diferentes regiões do país. Essa distribuição regional permite incorporar uma variedade de perspectivas curriculares e contextos educacionais, ampliando a relevância dos resultados da análise. Tal abordagem promove uma visão mais abrangente do ensino no Brasil, considerando as particularidades de cada região. Além disso, devido ao prestígio e à influência dessas instituições, mudanças nos currículos dessas universidades têm maior impacto no cenário educacional brasileiro. Elas podem servir de modelo para outras instituições, promovendo uma disseminação mais ampla de conceitos de computação quântica no ensino superior.

A busca de documentação se deu por pesquisa nos sites associados às instituições que oferecem os cursos de interesse da pesquisa. Ao iniciar-se a análise das ementas dos 41 cursos selecionados, destaca-se que em alguns casos não foi possível encontrar as ementas de todas as disciplinas associadas aos cursos. Além disso, alguns documentos foram criados há aproximadamente uma década. No entanto, considera-se satisfatório o conjunto de documentação obtida, uma vez que em sua maior parte está atualizada e com informações completas.

Naturalmente, a área de Ciência da computação apresenta grande potencial para abordar o tema de computação quântica e, de fato, encontrou-se uma disciplina intitulada “Computação Quântica” nos cursos de Ciência da Computação na UFPE e na UFRJ, em ambos os casos classificados como optativa ou eletiva. Ao se analisar as ementas, percebe-se que no âmbito da UFPE, trata-se o tema com uma introdução de mecânica quântica, enquanto na UFRJ a abordagem é mais direta nos aspectos da computação quântica.

Apesar de o nível de detalhamento entre as duas ementas ser diferente, é possível deduzir que ambas as disciplinas discutem princípios básicos da computação quântica, como qbits, portas lógicas, circuitos e algoritmos quânticos. Na instituição nordestina, discute-se a simulação de circuitos quânticos que pode ser uma abordagem importante para permitir aos estudantes ter uma experiência mais prática da computação quântica e até mesmo realizar computação em computador quântico real como disponibilizado no Qiskit. No Rio de Janeiro, deixa-se explícito o estudo de aplicações importantes como criptografia quântica e algoritmo de Shor, imprescindíveis na discussão de segurança de informação.

O curso de Ciência e Tecnologia da UFABC apresenta uma característica peculiar em que parte da carga horária do estudante deve ser preenchida por disciplinas classificadas como livres que não são delimitadas e podem ser cursadas em qualquer curso da UFABC ou outra instituição de ensino superior reconhecida pela MEC. Desta forma, os discentes do curso têm várias opções para se matricular em disciplinas de computação quântica, mas podem fazê-lo na própria instituição de origem em “Análise de Algoritmos II”, associada ao curso de Ciência da Computação. A disciplina apresenta uma ementa relativamente curta, iniciando com uma introdução a aspectos da mecânica quântica, como superposição e medida e apresentando o qbit. A ementa ainda destaca o estudo dos algoritmos de Shor e Grover que são exemplos tradicionais e relevantes na área de computação quântica.

Em uma análise mais completa das ementas, procurou-se temas identificados nas seções anteriores que podem ser ligados à computação quântica que estivessem apresentados de forma direta ou indireta nos textos dos documentos encontrados. Observou-se que todos os cursos contêm disciplinas na área de álgebra linear em seus currículos que identificam tópicos que podem ser utilizados para a introdução de computação quântica, com exceção de apenas um curso de Engenharia de Computação na UFPE. Essa prevalência, indica que a disciplina de Álgebra Linear tem um grande potencial para ser utilizada na popularização da computação quântica entre estudantes de graduação. Além disso, o conteúdo dessa disciplina tem forte ligação com as bases matemáticas da computação quântica e pode ser possível desenvolver um estudo inicial com razoável profundidade.

Disciplinas que abordam os temas de oscilações e ondas também possuem alta frequência neste levantamento, estando presente em 36 dos 41 currículos analisados. Como discutido anteriormente, essas disciplinas podem fazer ligações com computação quântica ao tratar do conceito de superposição que também está presente quando se discute os estados do registro de um computador quântico. Isso pode ser potencializado em cursos que possuem disciplinas que tratam de probabilidade, somando 23 cursos, em que se pode discutir a ideia de amplitudes associada à superposição.

Menos da metade dos cursos analisados (17 de 41) oferecem disciplinas que envolvem Mecânica Quântica.

Os discentes destes cursos têm a possibilidade de estudar os conceitos fundamentais envolvidos na computação quântica e entender os princípios básicos dessa tecnologia. Como se trata de uma disciplina que, em geral, é ofertada em semestres mais avançados, uma estratégia possivelmente eficiente é introduzir ideias básicas em disciplinas iniciais, como Álgebra Linear, Física II, Probabilidade e disciplinas introdutórias de computação para que se possa fazer uma discussão mais aprofundada da computação quântica nas disciplinas que tratam de mecânica quântica.

Por fim, o levantamento revela que 23 cursos apresentam disciplinas na área de computação que podem ser utilizadas para tratar de computação quântica. Para uma melhor análise, pode-se distribuir os 41 cursos em três classes, sendo 9 cursos da área de computação (Engenharia de Computação e Ciências de Computação e similares), 4 cursos Interdisciplinares em Ciência e Tecnologia e 28 cursos de Engenharia. Naturalmente, entre os 23 cursos identificados estão todos os 9 cursos da área de computação. Estes cursos disponibilizam disciplinas que discutem conceitos básicos de operações lógicas, circuitos computacionais, algoritmos e complexidade computacional. Todos esses elementos são valiosos para a introdução da computação quântica aos estudantes. A discussão de algoritmos pode apresentar os algoritmos quânticos como Deutsch-Jozsa, Shor, Grover e outros, enquanto o estudo da complexidade pode abordar o objetivo da computação quântica, analisando suas vantagens esperadas e limitações. Dos 28 cursos da área de engenharia, detectou-se o potencial de apresentação da computação quântica em disciplinas da área de computação em 11 cursos. Para este último caso, surge um padrão claro ao se separar as habilitações de engenharia dos cursos avaliados. Todos os 7 cursos de Engenharia Elétrica, Engenharia Eletrônica ou similares possuem disciplinas da área de computação com potencial para se discutir computação quântica. Em geral, esses cursos ofertam disciplinas como Sistemas Digitais que apresentam temas como portas lógicas e álgebra booleana que podem ser utilizados para apresentar as ideias das portas lógicas quânticas por semelhança.

4 PROPOSTAS DE ABORDAGENS PARA INTRODUÇÃO À COMPUTAÇÃO QUÂNTICA

Como discutido anteriormente, os princípios de computação quântica podem ser apresentados em diferentes disciplinas. Independente do contexto específico da disciplina, é importante que se use exemplos intuitivos e analogias para explicar conceitos fundamentais, como qbits, superposição e emaranhamento. Isso pode ajudar a reduzir a lacuna entre a computação clássica e a quântica, tornando o assunto mais acessível e mais fácil de compreender (MJEDA; MURRAY, 2024).

A realização de atividades práticas nesse tema é notavelmente limitada, no entanto, é possível incorporar tarefas de programação quântica utilizando plataformas como o Qiskit da IBM ou o Q# da Microsoft. Essa abordagem prática permite que os estudantes se envolvam com os conceitos de computação quântica de forma concreta, aprimorando sua compreensão por meio de aplicações no mundo real (CARRASCAL *et al*., 2020; GATTI; SOTELO, 2021; JESUS *et al*., 2021; TEMPORÃO *et al*., 2022).

Por estar amplamente presente em cursos de ciências exatas, a álgebra linear pode ser utilizada para se realizar uma aproximação inicial em quase a totalidade dos cursos da área. Por este motivo, escolhe-se esta disciplina para apresentar propostas para se realizar uma aproximação inicial em computação quântica. As propostas apresentadas podem ser adaptadas para os diferentes contextos específicos de cada curso.

4.1 Atividade 1 - Representação do Estado de um Qbit e Aplicação de uma Porta Lógica

O estado de um qbit pode ser apresentado como um vetor com duas entradas e as portas lógicas de um qbit são representadas por uma matriz 2x2, estando associada diretamente ao tema de transformações e operações lineares. Nesta atividade, visa-se demonstrar a aplicação de uma porta lógica de Hadamard sobre o estado do qbit.

A atividade se inicia pela apresentação do estado de um qbit, sendo o mesmo representado como uma combinação linear de dois estados base:

$$|0\rangle = \begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix},\ |1\rangle = \begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix},$$

onde o símbolo $|x\rangle$, denominado ket, é uma notação que, neste contexto, representa a matriz que identifica o estado x do sistema.

De forma geral, o estado de um sistema será representado como a combinação linear

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle = \begin{bmatrix}\alpha\\\beta\end{bmatrix},$$

onde α e β satisfazem a condição $|\alpha^2| + |\beta^2| = 1$.

Em prosseguimento, discute-se um exemplo inicial com a aplicação de uma porta Hadamard sobre o qbit, inicialmente no estado $|\psi\rangle = |0\rangle$. Neste momento, é importante destacar aos estudantes que as portas lógicas quânticas são operações representadas por matrizes que atuam no estado do qbit. A porta Hadamard é definida como:

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1 & 1\\1 & -1\end{bmatrix}.$$

Para finalizar o exemplo, expõe-se que o estado do qbit após a aplicação da porta lógica, $|\psi'\rangle$, é determinado apenas por um produto matricial, como se segue:

$$|\psi'\rangle = H|\psi\rangle = H|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1 & 1\\ 1 & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\ 0\end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1\\ 1\end{bmatrix}.$$

O estado final do qbit pode então ser representado como

$$|\psi'\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle = \begin{bmatrix}\alpha\\ \beta\end{bmatrix}.$$

Com este resultado, pode-se solicitar aos estudantes que verifiquem se o estado obtido satisfaz a condição $|\alpha^2| + |\beta^2| = 1$. O estado final do qbit é uma superposição ou, em linguagem algébrica, por uma combinação linear de estados. Este é um momento importante para se introduzir o comportamento de estados de sistemas quânticos quando sofrem medidas. Se o estado do qbit for medido após a aplicação da porta lógica há 50% de chance de se observar o estado $|0\rangle$ e 50% de chance de se observar o estado $|1\rangle$. É possível ainda, introduzir a ideia de amplitudes e probabilidades ao informar que $|\alpha^2|$ e $|\beta^2|$ são as probabilidades de se encontrar o qbit em cada um dos estados $|0\rangle$ e $|1\rangle$, respectivamente.

Opcionalmente, para finalizar a discussão, pode-se solicitar aos discentes que calculem o estado final de um qbit inicial $|\psi\rangle = |1\rangle$ após a aplicação da porta Hadamard e que avaliem as probabilidades de se encontrar o qbit em cada um dos estados após a realização de uma medida.

4.2 Atividade 2 - Representação de Dois Qbits e Aplicação de uma Porta CNOT

Após apresentar a representação do estado de um qbit e a representação matricial de uma porta lógica, pode-se avançar para a discussão de estados de dois qbits, ou mais, e portas lógicas de múltiplos qbits. É um momento ideal para se apresentar a porta CNOT, uma das operações basilares em computação quântica. Aqui, o professor pode optar por apresentar de forma conjunta o produto tensorial, no entanto, como se apresenta aqui, é possível realizar uma abordagem sem que isso seja necessário, tornando a discussão mais acessível a discentes de semestre iniciais.

Os estados base de dois qbits são representados como combinações lineares dos estados $|00\rangle$, $||01\rangle$, $|10\rangle$ e $|11\rangle$. Nesta notação, o primeiro digito dentro do ket representa o estado do primeiro qbit e o segundo dígito representa o estado do segundo qbit.

Como existem quatro estados básicos possíveis, serão necessárias quatro entradas na representação matricial do estado do qbit, da seguinte maneira:

$$|00\rangle = \begin{bmatrix}1\\0\\0\\0\end{bmatrix}, |01\rangle = \begin{bmatrix}0\\1\\0\\0\end{bmatrix}, |10\rangle = \begin{bmatrix}0\\0\\1\\0\end{bmatrix}, |11\rangle = \begin{bmatrix}0\\0\\0\\1\end{bmatrix}.$$

Pode-se apresentar a definição das matrizes como um ordenamento lógico dos estados dos qbits na forma 00, 01, 10 e 11 que se reflete no ordenamento equivalente da entrada não nula nas matrizes. O estado mais geral do conjunto de dois qbits será uma combinação linear dos quatro estados base aqui apresentados.

Para dar sequência à discussão, apresenta-se a porta CNOT como uma operação de dois qbits que atua de forma condicional ao estado do qbit definido como controle. Caso o estado do qbit controle seja $|0\rangle$, não há alteração sobre o segundo qbit. No entanto, se o estado do qbit controle for $|1\rangle$, o estado do segundo qbit será trocado. A matriz que representa esta porta lógica é dada da seguinte forma:

$$CNOT = \begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\0 & 1 & 0 & 0\\0 & 0 & 0 & 1\\0 & 0 & 1 & 0\end{bmatrix}.$$

Em seguida, solicita-se aos discentes que calculem o resultado da aplicação da porta lógica CNOT sobre cada um dos estados base do conjunto de dois qbits. Ao realizar os produtos matriciais e observar os estados finais na notação de kets, os estudantes devem perceber que a operação lógica transforma os estados dos qbits exatamente como definido anteriormente.

Caso o professor opte por definir o produto tensorial, como será proposto a seguir, pode utilizar o conhecimento da aplicação das portas Hadamard e CNOTS para demonstrar a criação de estados emaranhados que são essenciais para algoritmos quânticos.

4.3 Atividade 3 – Definindo o produto tensorial

Para poder tratar assuntos de computação quântica com maior profundidade, o professor pode optar por definir o produto tensorial, seja em uma aula ou mesmo como um trabalho extraclasse ou outra atividade de estudos autônomos. O produto tensorial é uma operação matemática fundamental em álgebra linear, especialmente importante em física quântica e em computação quântica. Ele permite combinar dois espaços vetoriais, criando um novo espaço vetorial que descreve o sistema composto.

Na proposta anterior, apresentou-se uma atividade com estados de dois qbits, introduzindo-se esses estados conjuntos de forma intuitiva. Aqui, propõe-se uma maneira formal e rápida de se introduzir o produto tensorial a estudantes de álgebra linear. Com o conhecimento prévio dos estados de um qbit, pode se definir estados gerais de dois qbits da seguinte maneira:

$$|u\rangle = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}, |v\rangle = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix}.$$

O estado conjunto desses qbits será dado pelo produto tensorial, que apresenta a seguinte notação e a seguinte definição:

$$|uv\rangle = |u\rangle \otimes |v\rangle = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 v_1 \\ u_1 v_2 \\ u_2 v_1 \\ u_2 v_2 \end{bmatrix}.$$

Em seguida, apresenta-se os cálculos que definem os estados base do conjunto de dois qbits $|00\rangle$, $||01\rangle$, $|10\rangle$ e $|11\rangle$. Naturalmente, os resultados serão aqueles definidos na atividade proposta anterior.

Como um exercício com uma dificuldade um pouco maior, pode-se aplicar o conceito de produto tensorial para calcular o estado combinado de dois qbits, um em superposição e outro em estado base:

$$|u\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle), |v\rangle = |0\rangle.$$

O estado conjunto dos qbits será dado por

$$|uv\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 * 1 \\ 1 * 0 \\ 1 * 1 \\ 1 * 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Expandindo o resultado nos estados base, tem-se

$$|uv\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |10\rangle).$$

4.4 Atividade 4 - Álgebra Linear Aplicada ao Protocolo de Emaranhamento com a porta CNOT

O conceito de emaranhamento pode ser introduzido aos discentes de forma mais suave se os mesmos tiverem conhecimento prévio do produto tensorial. Inicialmente deve-se apresentar a diferença entre estados separáveis e emaranhados. Um conjunto de qbits apresenta um estado separável se puder ser escrito como um único termo de produto tensorial, caso contrário o mesmo será um estado emaranhado. Pode ser útil apresentar um exemplo de um estado separável e de um estado emaranhado. A seguir, demonstra-se a identificação de um estado separável.

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|10\rangle + |11\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}}(|1\rangle\otimes|0\rangle + |1\rangle\otimes|1\rangle) = |1\rangle\otimes\left[\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)\right].$$

Por outro lado, o estado descrito a seguir não pode ser escrito como um produto tensorial de termo único entre um estado de um qbit com outro:

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle - |11\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle\otimes|0\rangle - |1\rangle\otimes|1\rangle).$$

Como é possível perceber, não é possível colocar o estado de um dos qbits em evidência para separá-lo no produto tensorial, estando o sistema em um estado emaranhado.

No trabalho proposto, os estudantes devem demonstrar como a álgebra linear é utilizada para descrever o processo de criação de um estado emaranhado de dois qbits usando uma porta Hadamard seguida de uma porta CNOT. Neste protocolo, o sistema de dois qbits é iniciado no estado $|00\rangle$. Em seguida, uma porta lógica de Hadamard é aplicada sobre o primeiro qbit e, por fim, aplica-se uma porta CNOT ao conjunto de qbits.

Ao realizar os cálculos algébricos, espera-se que o estudante seja capaz de encontrar o seguinte vetor de estado:

$$CNOT(H|00\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1\\0\\0\\1\end{bmatrix}.$$

Este vetor em notação de kets é um dos estados emaranhados de Bell, descrito como

$$CNOT(H|00\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle).$$

Pela discussão anterior, o estudante deve ser capaz de perceber que o resultado se trata de um estado emaranhado. Este trabalho proporciona uma introdução simples ao emaranhamento e pode levar a discussões mais profundas sobre a importância desse recurso para a computação quântica em geral e a possibilidade de se observar vantagens na computação quântica sobre a computação tradicional.

5 CONCLUSÃO

Este trabalho teve como objetivo principal analisar as possibilidades de introdução dos fundamentos da computação quântica em cursos de graduação nas áreas de Ciências Exatas, Engenharias e Interdisciplinares. O estudo indica que disciplinas como Álgebra Linear, Física Moderna e Probabilidade apresentam um elevado potencial para atuar como base na introdução de conceitos quânticos, possibilitando uma abordagem interdisciplinar que amplia o acesso dos estudantes a esse tema emergente. Ademais, verificou-se que três dos cursos analisados já dispõem de disciplinas optativas ou eletivas relacionadas ao assunto, o que demonstra a viabilidade de se expandir essa abordagem para outros contextos curriculares.

As atividades propostas neste trabalho buscaram introduzir aspectos basilares da computação quântica por meio de atividades que incluíssem a aplicação de portas lógicas quânticas, a representação de estados de qbits e a introdução ao emaranhamento quântico. Essa abordagem oferece aos estudantes uma experiência direta com conceitos fundamentais, promovendo um aprendizado mais dinâmico e aplicado.

A pesquisa também evidenciou a importância de uma abordagem interdisciplinar, pois a computação quântica pode ser integrada a diversas disciplinas, estimulando o interesse dos discentes e facilitando a compreensão dos conceitos básicos. Embora a complexidade do tema possa ser um obstáculo inicial, sua abordagem em disciplinas introdutórias, como Álgebra Linear e Introdução à Computação, torna os conteúdos acessíveis a um público mais amplo. É importante destacar que o uso de ferramentas computacionais viabiliza experiências práticas, mesmo na ausência de hardwares quânticos, potencializando o aprendizado.

De forma complementar, a inclusão de disciplinas optativas focadas em computação quântica deve ser incentivada. Cada instituição pode adaptar o conteúdo dessas disciplinas às suas especificidades, promovendo uma formação alinhada às necessidades locais e às demandas globais da área. A promoção de parcerias interinstitucionais também pode ampliar as possibilidades de inovação curricular e otimizar recursos, incentivando a troca de experiências entre instituições de ensino superior.

REFERÊNCIAS

CARRASCAL, G.; DEL BARRIO, A.; BOTELLA, G. First experiences of teaching quantum computing. **The Journal of Supercomputing**, 77, p. 2770, 2020.

DEUTSCH, D.; JOZSA, R. Rapid Solution of Problems by Quantum Computation. **Proceedings of the Royal Society of London. Series A: Mathematical and Physical Sciences**, v. 439, p. 553, 1992.

DIAMANTI, E.; LO, H. K.; QI, B.; YUAN, Z. Practical challenges in quantum key distribution. **Npj Quantum Information**, v. 2, p. 16025, 2016.

FIGGATT, C.; MASLOV, D.; LANDSMAN, K. A.; LINKE, N. M.; DEBNATH, S.; MONROE, C. Complete 3-qubit Grover search on a programmable quantum computer. **Nature Communications**, v. 8, p. 1918, 2017.

FOLHA DE SÃO PAULO. **Ranking de universidades 2024**. 2024. Disponível em: https://ruf.folha.uol.com.br/2024/ranking-de-universidades/ensino/. Acesso em: 06 jan. 2024.

GARCÍA-RISUEÑO, P.; IBÁÑEZ, P.E. A review of high-performance computing foundations for scientists. **International Journal of Modern Physics C**, v. 23, p. 1230001, 2012.

GATTI, L.; SOTELO, R. Quantum Computing for Undergraduate Engineering Students: Report of an Experience. **IEEE International Conference on Quantum Computing and Engineering**, p. 397, 2021.

GRAHAM, T.M., *et al*. Multi-qubit entanglement and algorithms on a neutral-atom quantum computer. **Nature**, v. 604, p. 457, 2022.

GROVER, L.K. Quantum Mechanics Helps in Searching for a Needle in a Haystack. **Physics Review Letters**, v. 79, p. 325-328, 1997.

JESUS, G. F. *et al*. Computação quântica: uma abordagem para a graduação usando o Qiskit. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 43, p. e20210033, 2021.

MJEDA, A.; MURRAY, H. Quantum Computing Education for Computer Science Students: Bridging the Gap with Layered Learning and Intuitive Analogies. **ArXiv**, abs/2405.09265, 2024.

MONTANARO, A. Quantum algorithms: an overview. **Npj Quantum Information**, v. 2, p. 15023, 2016.

NIELSEN, M.A.; CHUANG, I.L. **Quantum Computation and Information**. Cambridge: Cambridge University Press, 2000.

SHOR, P. Algorithms for quantum computation: discrete logarithms and factoring. **Proceedings 35th Annual Symposium on Foundations of Computer Science**, p. 124-134, 1994.

SALEHI, Ö.; SESKIR, Z.; TEPE, I. A Computer Science-Oriented Approach to Introduce Quantum Computing to a New Audience. **IEEE Transactions on Education**, v. 65, p. 1, 2020.

TEMPORÃO, G.; GUERREIRO, T.; RIPPER, P.; PAVANI, A. Teaching Quantum Computing without prerequisites: a case study. **IEEE International Conference on Quantum Computing and Engineering**, p. 673, 2022.

WATSON, T. F. *et al*. A programmable two-qubit quantum processor in silicon. **Nature**, v. 555, p. 633, 2018.

WU, Y. *et al*. Strong quantum computational advantage using a superconducting quantum processor. **Physics Review Letters**, v. 127, p. 180501, 2021.

ZHONG, H.-S. et al. Phase-programmable gaussian boson sampling using stimulated squeezed light. **Physics Review Letters**, v. 127, p. 180502, 2021.